UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO
Res.MEN 014915 - 02 AGO 2022
RENOVACIÓN ACREDITACIÓN

Situaciones Didácticas para el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas, desde la resolución de problemas en contextos

Didier Solis Castro

Situaciones Didácticas para el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas, desde la resolución de problemas en contextos

Didier Solis Castro

UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO

Universidad del Quindío
Facultad de Ciencias de la Educación
Programa de Licenciatura en Matemáticas
Armenia -Quindío
Marzo 16 del 2023

Situaciones Didácticas para el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas, desde la resolución de problemas en contextos

Didier Solis Castro

Director de Trabajo de Grado:
Dr. Eliécer Aldana Bermúdez

Modalidad: Trabajo de investigación
Grupo GEMAUQ:
Línea de Investigación: Educación Matemática

UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO

Universidad del Quindío
Facultad de Ciencias de la Educación
Programa de Licenciatura en Matemáticas
Armenia -Quindío
Marzo 16 del 2023

Agradecimientos

Darle gracias a **Dios** por darme sabiduría para realizar este trabajo de grado.

A mis padres Mercedes Solis Cundumi y Betty Maria Castro Paz por su amor incondicional y apoyo constante. A mi familia ha sido un pilar muy importante en mi vida, y estoy muy agradecido por ese apoyo tan grande y amor inquebrantable.

A mi profesor Eliécer Aldana Bermúdez por su dedicación y enseñanzas que han sido fundamental en mi desarrollo.

A los otros docentes y amigos que me acompañaron en esta labor y han contribuido a mi crecimiento y aprendizaje en mi carrera profesional.

Resumen

Esta investigación aborda algunos aspectos sobre la problemática del aprendizaje y enseñanza de las ecuaciones cuadráticas en los estudiantes de grado noveno desde la resolución de problemas en contexto, en como las formas tradicionales que se han venido abordando el aprendizaje de las matemáticas. Se logra propiciar en los estudiantes de la Institución Educación Nuestra Señora del Carmen del municipio del Charco Nariño, el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas mediante la teoría de las Situaciones Didácticas y la resolución de problemas en contextos. El diseño metodológico de la investigación es de corte cualitativo (Bisquerra, 2009), dado que se centra en la ciencia de la educación fin de mejorar el aprendizaje cognitivo del estudiante, centrada en un estudio de caso por Stake (2005), para abarcar la complejidad de un caso particular, por medio una implementación de una secuencia didáctica, las cuales se desprendió una serie de actividades que involucraron la resolución de problemas en contexto, los conceptos de álgebra y las figuras planas, con las que se pueden representar expresiones cuadráticas. Además, se favoreció un acercamiento a las nociones, conceptos y métodos de solución relacionados con las ecuaciones cuadráticas por parte de estudiantes de grado noveno, como resultado de este estudio se evidenció que la Situaciones Didácticas desarrollada en cada una de las secuencias, permitió de manera concisa la aprehensión del concepto de las ecuaciones cuadrática, ya que logran superar aquellas dificultades en un porcentaje significativo mostrando dominio con respeto al objeto matemático, asimismo, se concluyó, que los estudiantes aprenden cuando se enfrentan a situación problemas, dado que cobra sentido para ellos cuando está relacionado a su contexto social.

Palabras clave: Ecuaciones cuadráticas, resolución de problemas, Situaciones Didácticas, enseñanza aprendizaje, secuencias didácticas.

Abstract

This research addresses some aspects of the problem of learning and teaching of quadratic equations in ninth grade students from problem solving in context, as the traditional ways in which the learning of mathematics has been approached. Where, it was possible to propitiate in the students of the Educational Institution Nuestra Señora del Carmen of the municipality of Charco Nariño, the learning of quadratic equations by means of the theory of the Didactic Situations and the resolution of problems in contexts. The methodological design of the research is qualitative (Bisquerra, 2009), since it focuses on the science of education in order to improve the cognitive learning of the student, centered on a case study by Stake (2005), to cover the complexity of a particular case, through an implementation of a didactic sequence, which resulted in a series of activities that involved problem solving in context, the concepts of algebra and plane figures, with which quadratic expressions can be represented. In addition, an approach to the notions, concepts and solution methods related to quadratic equations was favored by ninth grade students, as a result of this study it was evidenced that the Didactic Situations developed in each of the sequences, allowed in a concise way the apprehension of the concept of quadratic equations, It was also concluded that students learn when they face a problem situation, since it makes sense to them when it is related to their social context.

Keywords
Quadratic equations, problem solving, Didactic Situations, teaching, learning, didactic strategy.

Tabla de contenido

Introducción

> "Si no puedes resolver un problema, entonces hay una manera más sencilla de resolverlo: encuéntrala"
>
> George Polya

"La introducción del álgebra a la escolaridad puede tomar muchos caminos diferentes o reglas para transformar y resolver ecuaciones, a lo que a menudo se reduce al álgebra en la enseñanza actual" (Gustin Gutiérrez, 2014).

> La resolución de problema, históricamente ha jugado un papel importante en el desarrollo del álgebra y su enseñanza; la generalización de leyes que rigen los números, un enfoque muy fuerte en ciertos currículos, la más reciente introducción de los conceptos de variable y función, que históricamente aparecieron mucho más tarde y ocupan una posición de creciente importancia en algunos programas y el estudio de las estructura algebraicas, que marcó el currículo escolar de los años sesenta bajo la influencia de las matemáticas modernas, (Bednarz, Kieran y Lee, cap. 1. en prensa, citado por Gustin y Gutiérrez, 2014, p. 10).

Se plantea esta investigación a partir de las diversas problemáticas que surgen a la hora de resolver problemas que involucran como método de solución las ecuaciones cuadráticas. Además, esto se debe a muchos factores que pueden jugar en contra de su propio conocimiento y aunque los estudiantes no logran construir el concepto siguen teniendo vacíos año tras año en su formación. Se plantea como objetivo, que los estudiantes de educación básica secundaria logren comprender el concepto de las ecuaciones cuadráticas mediante la teoría de las Situaciones Didácticas, desde la resolución de problemas en contextos. De tal modo, que permita movilizar de manera significativa el aprendizaje de la ecuación cuadrática, ya que son una herramienta matemática que se utiliza en diversas disciplinas y aplicaciones prácticas, para la comprensión, el analizar y modelación de problema en su entorno social. En este sentido, esta investigación se centra fundamentalmente en la resolución de problemas en contexto, la cual tiene en cuenta como marco teórico las Situaciones Didácticas, para la implementación de una secuencia didáctica, el diseño metodológico de la investigación es de corte cualitativo (Bisquerra, 2009), dado que se centra en la ciencia de la educación fin de mejorar el aprendizaje cognitivo del estudiante, centrada en un estudio de caso por Stake (2005), para abarcar la complejidad de un caso particular. De tal modo, que las Situaciones Didácticas desarrolladas en cada una de las secuencias permitió de manera clara y concisa la aprehensión del concepto de las ecuaciones cuadráticas, logrando superar aquellas dificultades en un porcentaje significativo de los estudiantes. Por otra parte, los estudiantes muestran dominio en los métodos de solución y en la resolución de problemas que se puede modelar por medio de lo cuadrático. Desde otro punto de vista, se concluye que el desarrollo y la intervención de cada una de las actividades, logró aportar de forma sustancial en el aprendizaje significativo, dado que se abordaron diferentes métodos y recursos para el análisis y los resultados que fueron muy positivos por partes de los estudiantes de grado noveno de la Institución educación Nuestra Señora del Carmen.

Planteamiento de problema

Esta investigación, surge a partir de las dificultades que presentan a la hora de resolver problemas que involucran la solución de ecuaciones cuadráticas. Tal como menciona Figueroa y Suescún Diaz, “los estudiantes presentan dificultad al resolver un problema que involucra conocimientos matemáticos donde se deben realizar procedimientos algebraicos como solución de una ecuación de tipo cuadrático, sustitución del valor de una variable en una expresión algebraica” (2011). Esto se debe a muchos factores que pueden jugar en contra a la hora de abordar el problema, uno de los tres factores más comunes es:

> Las actitudes, las creencias y las emociones que presenta el estudiante en el momento de resolver el problema. Además, esto también se puede basar, a las dimensiones afectivas que tiene el estudiante en la comprensión del comportamiento de las matemáticas. Puesto que puede influir mucho en las emociones del estudiante, y a la vez este mismo experimenta disciplina dando a su vez respuesta afectiva, teniendo una consecuencia directa en la capacidad del estudiante para aprender matemáticas. (Gómez Chacón, 2000, p. 23-53).

Además, se espera desde su formación básica primara que fortalezca aquellos conceptos que se requiere en básica secundaria tal como menciona los estándares básicos de competencias en matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006, p. 66), citado por Castillo (2021, p. 17), con respecto al componente de pensamiento variacional, los sistemas algebraico y analítico, cabe resalta que:

> “(...) Que este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación, y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Uno de los propósitos de

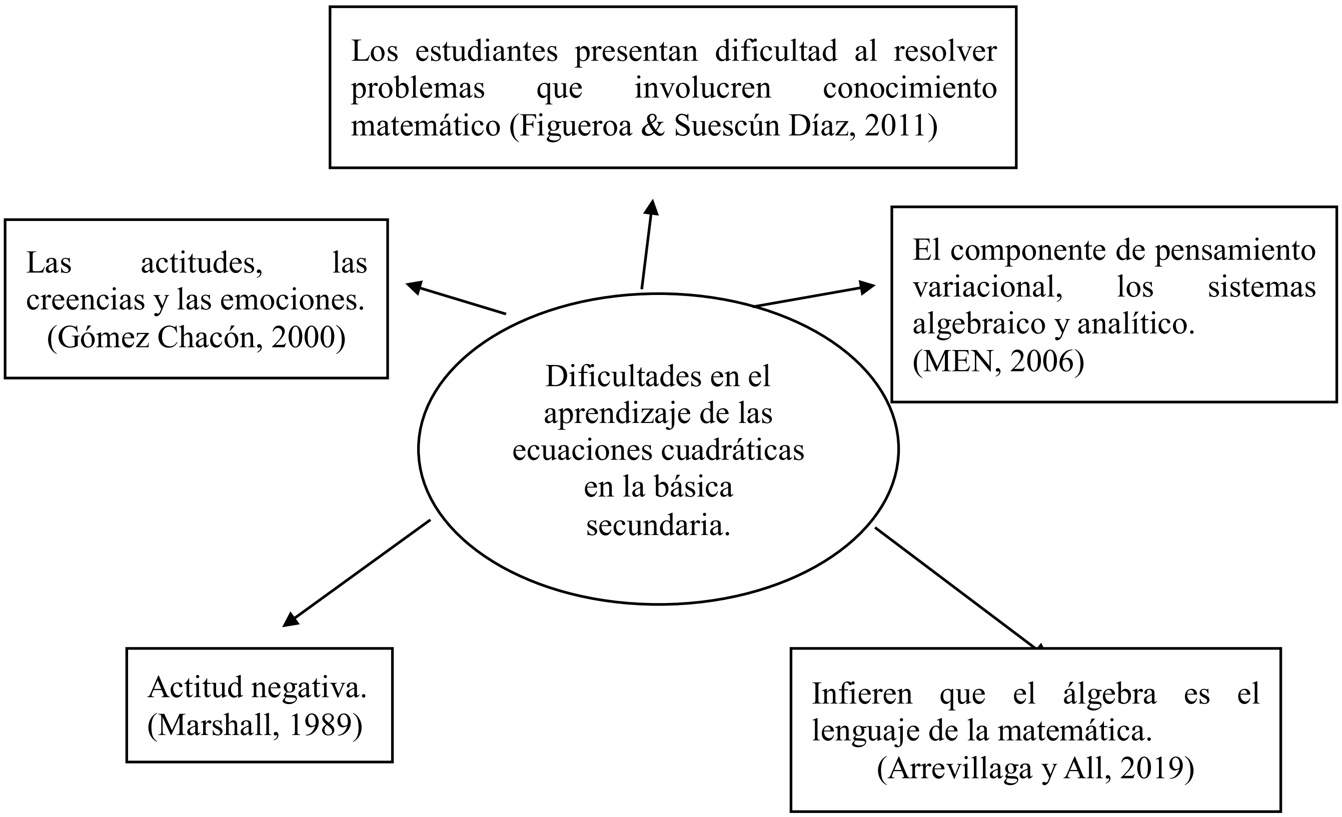
> cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, el cálculo diferencial e integral"

Aunque los estudiantes no logran construir el concepto siguen teniendo vacíos año tras año en su formación, tal como lo afirma Castillo (2021) "estos pensamientos se deben iniciar desde los primeros niveles de básica primaria" dado, que de esta forma el estudiante puede discernir aquello saberes adquiridos en cada uno de los niveles de su formación desde básica primaria hasta básica secundaria los contenidos estipulados por el MEN.
Por otro lado, autores como Arrevillaga Cevallos, Cañas De Garcia y All "Infieren que el álgebra es el lenguaje de la matemática; este permite traducir todo nuestro alrededor y el universo mismo en fórmulas matemáticas que sustentan a otras ciencias para descubrir, predecir, crear y transformar el conocimiento" (2019). En esta relación las ecuaciones cuadráticas son una parte importante del álgebra, y para entenderlas, los estudiantes deben comprender conceptos matemáticos previos, las propiedades de las expresiones algebraicas y las soluciones de ecuaciones lineales. Sin embargo, estos tienen dificultades para comprender estos conceptos, pueden tener dificultades para comprender las ecuaciones cuadráticas.

En este sentido, Marshall (1989) indica:

> Que los estudiantes realizan comentarios de índole negativa en relación con las matemáticas antes de iniciar la resolución de los problemas, e interpretan este proceso como una señal de angustia, siendo un dato revelador de actitud negativa en relación con las matemáticas.

Desde una perspectiva más amplia, los estudiantes suelen presentar ciertas dificultades en la forma que han venido recibiendo el aprendizaje, ejerciendo en ello un miedo psicológico cuando el profesor plantea problema relacionado al contexto, a la vez esto genera que el estudiante suele olvidar o no tenga presente aquellos conceptos que se necesita para abordar el problema planteado.



Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta las anteriores problemáticas, se infiere la importancia de esta investigación; dado que, por medio de las Situaciones Didácticas una secuencia de aprendizaje que sea eficiente para la conceptualización del concepto de las ecuaciones cuadráticas desde la resolución de problema en contexto. Es decir, que los estudiantes sean capaces de construir su propio conocimiento de manera diferente a la tradicional en el concepto de las ecuaciones basado en aquellas temáticas planteadas en clase por el profesor. Por lo tanto, surge la siguiente pregunta, motivo de la investigación:

¿Cómo las Situaciones Didácticas propician el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas, desde la resolución de problemas en contextos de estudiantes de educación básica secundaria?

Objetivos

1. **Objetivo general**

Propiciar en los estudiantes de educación básica secundaria el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas mediante la teoría de las Situaciones Didácticas y la resolución de problemas en contextos.

2. Objetivos específicos

- Identificar las dificultades y los saberes previos que presentan los estudiantes en la comprensión de las ecuaciones cuadráticas, para la planeación del conocimiento matemático en el horizonte deseado por el profesor investigador, mediante una prueba diagnóstica.
- Desarrollar un proceso de enseñanza y aprendizaje, a partir de la ejecución de un plan de intervención, mediante secuencias didácticas.
- Interpretar los resultados alcanzados en la intervención, desde la observación y el análisis.
- Validar los resultados obtenidos, en función de la evaluación y la confrontación entre la prueba diagnóstica y a posteriori.

Justificación

Esta investigación, pretende a través de las Situaciones Didácticas diseñar e implementar secuencia didáctica que permita movilizar, de manera significativa el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas en estudiantes de grado noveno de la Educación Básica, tal como platea Alfaro y Fonseca (2016):

> El estudiante debe aprender un concepto matemático determinado, en que dicho concepto no debe ser reducido a una definición, sino que debe plantearse situaciones problemas relacionado al contexto con la idea de que el concepto tenga sentido para el estudiante, esto infiere que la construcción didáctica permite un proceso interactivo y reflexivo por el profesor.

Otros autores como Jeisson David Gustin Ortega y Lina María Avirama Gutiérrez resaltan "que el concepto de las ecuaciones cuadráticas, genera un cambio cualitativo del tratamiento de la cantidad desde lo numérico a lo algebraico, lo que implica la comprensión de la igualdad como relación de equivalencia en el desarrollo del pensamiento algebraico" (2014, p. 20).

Esta investigación es factible ya que las ecuaciones cuadráticas son una herramienta matemática que se utiliza en diversas disciplinas y aplicaciones prácticas. Además, su comprensión y aplicación son importantes para el desarrollo de habilidades para analizar y modelar problemas en el entorno social.

Por otro lado, esta investigación es de gran interés, dado que se implementa el concepto de la factorización y la geometría plana como método para abordar un problema de ecuación cuadrática. Mendoza (2008), "define la factorización como método general en la solución de las ecuaciones cuadráticas."

Otros autores como Barrera (2000) define:

> Que para resolver ecuaciones cuadráticas aparecen varios métodos algebraicos, geométricos o combinación de ambos, y existen muchas razones para estudiar las

> soluciones de una ecuación cuadrática desde un punto de vista geométrico. Una de ellas es la visualización, dado que brinda más significado al problema. Además, una exploración histórica de las técnicas geométricas puede servir para explicar el método de completar cuadrado y la obtención de la resolvente. Finalmente, podemos decir que nuestra experiencia en el salón de clases muestra que un enfoque histórico despierta el interés de los alumnos (Mansilla & Vega, 2003).
>
> En línea con lo anterior, las ecuaciones cuadráticas permiten entender los conceptos de la Cinemática, o los fenómenos relacionados con el movimiento de los cuerpos, como movimientos con aceleración constante, tiros parabólicos y caída libre, los cuales se modelan a partir de ecuaciones cuadráticas. En este sentido, se puede establecer la importancia de desarrollar un pensamiento algebraico en los estudiantes, no solo para resolver problemas en contexto o situaciones propias de las matemáticas, sino también solucionar problemas de otras áreas de conocimiento y para la comprensión de los conceptos que subyacen de ellos (Gustin & Avirama, 2014, pp. 20).

Por lo que este trabajo es innovador dado que asocia concepto del currículo escolar para potencial estrategia y habilidades que le permitirá al estudiante movilizarse en diferentes campos para la modelación de fenómenos que estén relacionado a lo cuadrático (Gustin & Avirama, 2014).

Es factible ya que las ecuaciones cuadráticas son una herramienta matemática que se utiliza en diversas disciplinas y aplicaciones prácticas. Además, su comprensión y aplicación son importantes para el desarrollo de habilidades para analizar y modelar problemas en el entorno social.

Es de gran interés, dado que se implementa el concepto de la factorización y la geometría plana como método para abordar un problema de ecuación cuadrática.
(Mendoza, 2008)

Justificación

Las ecuaciones cuadráticas permiten entender los conceptos de los fenómenos relacionados con el movimiento de los cuerpos.
(Gustin & Avirama, 2014)

El estudiante debe aprender un concepto matemático determinado, en que dicho concepto no debe ser reducido a una definición.
(Alfaro & Fonseca, 2016)

Este trabajo es innovador dado que asocia concepto del currículo escolar para potencial estrategia y habilidades que le permitirá al estudiante movilizarse en diferentes campos para la modelación de fenómenos que estén relacionado a lo cuadrático.
(Gustin & Avirama, 2014)

Fuente: Elaboración propia
Fuente: Elaboración propia

Fuente: Elaboración propia

CAPITULO I
ESTADO DEL ARTE

Estado del arte

En este apartado se hará exposición de algunas investigaciones que se han llevado a cabo sobre los siguientes aspectos: Enseñanza de las ecuaciones cuadráticas, aprendizaje de las ecuaciones cuadrática y el aprendizaje en la resolución de problemas.

3. Enseñanza de las ecuaciones Cuadráticas

En los actuales momentos nuestros estudiantes se encuentran bastante desmotivados a la hora de trabajar en clase. Tal como menciona Otero y Rodríguez (2016), “esto conduce a que sea necesario que el profesor introduzca cambios en sus clases que lo lleven a diseñar actividades de aprendizaje como base fundamental de su enseñanza.” De acuerdo con estos fundamentos encontramos algunas investigaciones como:
La investigación realizada por Alba Mery Martínez Granados (2022) titulado “Método alternativo para la enseñanza de ecuaciones de segundo grado” presenta que lo estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Colegio el Carpinelo, presentan dificultades observables en la resolución de ecuaciones cuadrática, ya que no logran comprender el problema planteado; dado que los procesos que aplican para dar la solución a estas ecuaciones están muy ligadas a los procesos de enseñanza adquirido por el profesor de forma mecánica y repetitiva. Cabe resaltar que la enseñanza debe ser comunicación en la medida en que responde a un proceso estructurado, en el que se produce intercambio de información (mensajes entre profesores y alumnos), según (Zabalza,1990, cita por Sarmiento), “busca promover de manera significativa en el estudiante el aprendizaje y a la vez que reconozca las matemáticas como parte de su cultura social” (2007, p. 49). Por otra parte, este trabajo da respuesta a la siguiente interrogante que surgió a partir de la problemática de la investigación ¿De qué manera mediante el aprendizaje basado en problemas, utilizando la herramienta Geogebra fortalece el desarrollo del pensamiento variacional al solucionar ecuaciones de segundo grado en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa colegio el Carpinelo (Itagüí - Antioquia)? Además, hay que menciona que la estrategia utilizada en la investigación en marca que al abordar Geogebra como herramienta metodológica le brinda al estudiante una visualización más amplia de una situación problema que involucran las ecuaciones de segundo grado. Asimismo, Martínez (2022) sugiere que para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas se debe tener espacios propios con acceso a computadores con internet, que propicie nuevos espacios para el fortalecimiento y

aprendizaje del objeto matemático de esta investigación. Partiendo de esta propuesta surge lo siguiente ¿Cómo aportaría este trabajo de investigación en las instituciones de los municipios o territorio que no tienen acceso a computadores con internet para el aprendizaje del objeto matemático de esta investigación teniendo en cuenta el marco de las Situaciones Didácticas?

Según la investigación realizado por Elkin Leonardo Marulanda Mejía (2018) titulada "Ayudas hipermediáles dinámicas (AHD) para la enseñanza de ecuaciones cuadráticas, con estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Luis Arango Cardona de la ciudad de la Tebaida Quindío" su problemática trata como asunto construir un proceso en el que el conocimiento no es ni directa ni indirectamente enseñado por el maestro, sino que debe aparecer progresivamente en el niño a partir de múltiples condiciones estructurales: es el resultado de confrontaciones con cierto tipo de obstáculos encontrados durante la actividad. Son las múltiples interacciones en el seno de la situación las que deben provocar las modificaciones en el alumno y favorecer la aparición de los conceptos deseados, dicho de otro modo, en la actual hay muchas herramientas que ofrece al profesor implementar nuevas estrategias que ayuden a la hipermediáles dinámicas para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas. Por otro lado, ¿Qué aportes didácticos ofrece el uso de Ayudas Hipermediáles Dinámicas en la enseñanza de ecuaciones cuadráticas con estudiantes en el grado noveno de educación secundaria? Partiendo por lo propuesto por Marulanda (2018) en su investigación, cuando se usa situación problema de la vida cotidiana, denota el proceso de enseñanza aprendizaje, utilizando el aprendizaje desde una perspectiva socio constructivista que se apoye en el trabajo autónomo y colaborativo del estudiante, donde esta debe de ser también apoyadas por la TIC. Donde sugiere en la investigación, que el profesor debe de ser un tutor o una guía encargado de diseñar, planear y ejecutar una secuencia didáctica para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas teniendo en cuenta (AHD) desde la resolución de situaciones problema en contextos geométricos apoyado por las TIC. Como aporte a esta investigación ¿Cómo aportan las Ayudas Hipermediáles Dinámicas por medio de las TIC en el contexto de los estudiantes que no poseen las herramientas suficientes para el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas?

Mientras, que autores como Jeisson David Gustin Ortega y Lina María Avirama Gutiérrez (2014) implementan "Una propuesta para la enseñanza de la ecuación cuadrática en la escuela a través de la integración del material manipulativo" y su problema de investigación infiere a la forma de enseñanza tradicional, en cómo el profesor ha venido transmitiendo ese saber en cada generación, puesto que no hay una conclusión de un saber ligado a la comprensión conceptual y procedimental de los objetos estudiados de esta forma en clase. Dado que el profesor es dueño del saber y su trabajo se limita a solo transmitir conocimiento. Mientras que (Stenhouse, 1991, cita por Sarmiento, 2007, p. 49), entiende por enseñanza todas las estrategias que adopta la escuela para cumplir con su responsabilidad de organizar y de planificar un aprendizaje en los estudiantes, y aclara, "que la enseñanza no equivale meramente de instrucción, sino a la promoción sistemática del aprendizaje mediante varios medios." Desde la perspectiva de esta investigación las enseñanzas son actividades cognitivas que dinamizan un aprendizaje significativo en un ambiente cultural dentro y fuera del aula. Como pregunta de la investigación

¿Qué tipo de situaciones problemas, que involucran la integración del Puzzle Algebraico favorecen la movilización del reconocimiento y solución de la ecuación cuadrática para estudiantes de grado noveno? Teniendo en cuenta la estrategia implementada en esta investigación, trabajar con materiales manipulativos como el puzzle algebraico facilita de manera significativa el reconocimiento de expresiones algebraica y de termino cuadrático lineales a partir de la identificación y apropiación de las reglas y características de cada una de sus fichas, logrando avanzar de forma significativa por parte del estudiante. Por otro lado, esta investigación ¿Cómo aporta los materiales manipulativos en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas partiendo desde otros métodos por medio de la Situaciones Didácticas en los estudiantes de grado noveno?

4. Aprendizaje de las ecuaciones Cuadráticas

En el artículo de Aldana y Morales (2020) en su investigación titulada "influencia de la estrategia de trabajo colaborativo 1 – 2 – 4 en el logro de aprendizaje de ecuaciones cuadráticas en estudiantes del primer semestre de la Universidad Continental 2018 - 20" plantean como problemática La enseñanza tradicional centrada en el docente, así como del aprendizaje memorístico en la educación superior constituye en un problema para la enseñanza como para aprender, dejando de lado el trabajo colaborativo dentro y fuera del aula, como se evidencia este problema en la evaluación del logro de los aprendizajes a nivel internacional. Este trabajo da respuesta a la siguiente interrogante que surgió a partir de la problemática de la investigación ¿Cuál es el nivel de influencia de la aplicación de la estrategia de trabajo colaborativo 1 - 2 - 4 en el logro de aprendizaje de ecuaciones cuadráticas en los estudiantes del primer semestre de la Universidad Continental 2018-20? Asimismo, los autores Aldana y Morales (2020) demuestran que la aplicación de la estrategia de trabajo colaborativo 1 – 2 – 4 influyen significativamente en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas que involucran problemas contextualizados. En pocas palabras este trabajo aporta a esta investigación, dado que se busca la validación de forma colaborativa del estudiante teniendo en cuenta el marco de las Situaciones Didácticas para el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas.

Otros autores como Vera (2019) en su investigación titulada "Las técnicas en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas" plantea que la matemática es una ciencia que requiere tener unos conocimientos previos según el tema a tratar, todo debe ir encadenado como: Aritmética, Geometría, Medidas, Álgebra, Trigonometría. El estudiante debe dominar cada una de estas unidades que son muy importante en su formación educativa y a la vez temida, el maestro debe ayudar a que esto no ocurra, para esto debe utilizar técnicas de estudio y didácticas apropiadas. También recalca que, a principios del siglo XX, los estudiantes que presentaban dificultades en el aprendizaje en general y bajo rendimiento académico en particular, eran estigmatizados como: negligentes, distraído, hiperactivos, con baja capacidad intelectual; quienes optan como alternativa abandonar sus estudios y emocionalmente se veían afectados en el desarrollo de su vida educativa.

La pregunta que surge en esta problemática ¿De qué manera influyen las técnicas lúdicas en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas de los estudiantes de Primero de Bachillerato? El papel del profesor es ayudar a los estudiantes a superar sus miedos y dificultades mediante el uso de técnicas de estudio y métodos de enseñanza adecuada como estrategia para mejorar el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas. Por lo tanto, este trabajo aporta a esta investigación a ser innovadora, creativa y dinámica a través de la Situaciones Didácticas teniendo en cuenta el contexto social del estudiante. Por otra parte, "un concepto generalizado, las estrategias didácticas son un procedimiento que el actor de enseñanza utiliza de forma reflexiva para promover el logro de los aprendizajes significativos en los estudiantes" (Barriga & Hernández, 2008, cita por Benjamín, 2014, p. 35).
De acuerdo a lo anterior, Benjamín (2014) en su investigación titulada "Método holístico y aprendizaje de ecuaciones Cuadráticas (estudio realizado en el grado de tercero básico, sección "A", de la escuela nacional normal rural de occidente "Guillermo ovando Arriola", cabecera departamental de Totonicapán)" plantea como problemática en su investigación, la relación de la enseñanza y el aprendizaje de la matemáticas, donde por su grado de complejidad de la misma, no se tiene con exactitud identificar quienes podrían ser los responsables de la baja calidad académica que poseen los estudiantes en determinados grados, manifestándose con mayor frecuencia en los ciclos básico y diversificado respectivamente, lo cual se pone en evidencia con los resultados de las evaluaciones diagnósticas que aplica el Ministerio de Educación. Ramírez (2015) define las funciones que desempeñan los materiales manipulativos (tangibles o gráfico-textuales) en el aprendizaje que son importantes en el medio de estudio de la matemática. Como pregunta problema plantea ¿Cómo el método holístico incide en el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas? En consecuencia, Benjamín (2014) de fine que el método holístico mejora los resultados para el aprendizaje y la comprensión de las ecuaciones cuadráticas. Por lo tanto, surge la siguiente interrogante ¿Qué aporte infiere el método holístico en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas desde la resolución de problema en contexto por medio de la Situaciones Didácticas?

5. Aprendizaje en la resolución de problemas

El aprendizaje en la resolución de problemas es un proceso que le permite al estudiante adquirir habilidades y conocimientos para resolver diferentes tipos de problema de manera efectiva. Tal cual como lo afirma Del Valle y Curotto (2008) en su investigación "La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje" la resolución de problemas resulta ser una de las problemáticas que al pasar de los tiempos sigue siendo abordada con gran interés y preocupación por la investigación educativa. Al mismo tiempo, se considera el aprendizaje como una construcción social que involucra conjeturas, pruebas y refutaciones con base en un proceso generativo y creativo.
Por otro medio, Diana Corolina Castillo Vargas (2021) es su investigación titulada "El aprendizaje de la ecuación cuadrática a través del enfoque de resolución de problemas" el problema está relacionado con la solución de ecuaciones, por lo que esta propuesta se centra en las ecuaciones cuadrática, donde se evidencian también, desde los diferentes tipos de evaluación, dificultades en su interpretación, solución y modelación de situaciones que involucran las

ecuaciones cuadráticas. Algunos factores que se involucran en las dificultades de los estudiantes suelen ser; errores en la aplicación de diverso método, poca herramienta tecnológica en la enseñanza – aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas, actividades con ejercicios repetitivos y descontextualizados, escasez de ejercicios orientados a la resolución de problemas y poca profundización en el trabajo relacionado a las ecuaciones cuadráticas. Cabe mencionar que la pregunta que surge de esta investigación es la siguiente ¿Cuáles situaciones problema se pueden proponer dentro de una secuencia didáctica, para favorecer la comprensión y solución de ecuaciones cuadráticas y así fortalecer algunos componentes del pensamiento variacional? Por otro lado, Castillo (2021) menciona que para dar respuesta a esta pregunta se diseñó una secuencia didáctica a través del enfoque de resolución de problemas y una serie de ejercicio que le permitió al estudiante a realizar una interpretación y comprensión en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas y sus diferentes métodos de solución. Asimismo, esta investigación aporta desde un panorama más específico al aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas por medio de la Situaciones Didácticas partiendo desde la resolución de problema en contexto, dado que el enfoque de los diferentes métodos de solución abordados son insumo para nuestra investigación. En base con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas:

> "[…] Se debe formular y resolver problemas a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; además, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemática, dado por las situación problema que proporciona el contexto inmediato, en donde el que hacer matemático cobra sentido en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a las experiencias cotidianas y, por ende que sean más significativas para los alumnos" (MEN, 2006, p. 52).

Según Juidías y Rodríguez (2007) en su investigación titulada "Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos" donde definen que unos e los modelos más clásico, pero aún vigente, de las fases por la que atraviesa la resolución de problemas matemáticos (RPM), es descrito por Polya y que consta de cuatro fases: Comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva. En base a este modelo ha inspirado a la mayoría de los modelos de RPM que se han elaborado posteriormente como el modelo Schoenfeld (1979) y el modelo de Mayer (1991).

Por otra parte, podemos decir que los estudiantes suelen tener dificultades a la hora de traducir el enunciado de un problema a través de una representación mental que lo oriente en la búsqueda de una solución. Por lo que, el profesor debe hacer una intervención dirigida a mejorar el contexto donde el estudiante resuelve problemas matemáticos y a la vez emplear recursos didácticos que permitan fortalecer el aprendizaje del estudiante. Esta investigación aporta desde los diferentes métodos para resolver un problema teniendo en cuenta las Situaciones Didácticas para el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas por medio del entorno social del estudiante.

CAPITULO II
MARCO REFERENCIAL

Marco histórico - epistemológico

En este estudio histórico se aborda los diferentes métodos de diversas culturas de la época y los avances más significativo que tuvieron algunas de estas culturas antiguas como Babilonia, Egipto, Grecia, hindú y árabe, tal como menciona Castillo Vargas (2021):

> Que los tipos de métodos que usaban estas civilizaciones eran variados como de tipo geométrico: en contextos de áreas, longitudes y volúmenes, otros basados en el tanteo y algunos más generales, en la cual se enuncia una serie de pasos a seguir.

El autor también menciona que una de las civilizaciones que resolvían ecuaciones cuadráticas con gran facilidad eran los Babilónicos, mientras los egipcios se dedicaron más a las situaciones que modelan, haciendo uso de ecuaciones lineales y sólo abordaban las ecuaciones cuadráticas más básicas.

A continuación, se presenta una descripción más detallada de los avances de cada una de las culturas.

Babilonia

> La civilización babilónica (2000 a. C – 600 a. C) realizó importantes avances en el área las matemáticas, ya que poseían una gran habilidad para las operaciones algebraicas gracias al uso de tablas de multiplicación $59x59$, de división, de cuadrados, cubo y entre otras. Además, le permitía transponer términos, eliminación factorial, completar cuadrados, etc. (Boyer, 1986, citado por Dalcin & Olave, 2007, pp. 151).

Por otra parte, Ortiz (2005, citado por Castillo, 2021, pp. 9) menciona en su investigación que la civilización babilónica plasmó aproximadamente 300 tablillas que se encuentran en la actualidad, por la que es la primera civilización que tiene evidencia concreta de que abordó diferentes problemas que se podían modelar y solucionar usando ecuaciones cuadráticas.

En las tablillas de arcilla, que se han hallado, encontramos problemas que se han traducido en el lenguaje actual y se refieren a ecuaciones de tipo:

$x^2 + bx = c$ $\quad$ $x^2 = bx + c$ $\quad$ $x^2 + c = bx$

Con b y c positivos. Podemos observar que no figura la ecuación $x^2 + bx + c = 0$ ya que esta no tiene raíces positivas.

Además, Dalcin y Olave (2007), definen que en la tabla BM 13901 se hallan 21 problemas que dan origen a ecuaciones de segundo grado y sistemas de ecuaciones, donde una de ellas es la de segundo grado. En cada problema figura el enunciado y los procedimientos que debe realizar para su solución. Un ejemplo puntual de la tabla BM 13901 en la cual se encuentra la siguiente situación:

"He sumado el cuadrado y mi lado, obteniendo $\frac{3}{4}$".

A continuación, Sessa (2005, citado por Dalcin & Olave, 2007. pp. 151), nos muestra una serie de paso que utilizó para resolver este problema

Pondrás 1, la unidad. Fraccionarias la mitad de 1: $\left(\frac{1}{2}\right)$. Multiplicarás $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{2}$: $\left(\frac{1}{4}\right)$. Agregarás $\frac{1}{4}$ a $\frac{3}{4}$:1

Donde 1 es (su) raíz cuadrada. Restarás el $\frac{1}{2}$ que has multiplicado de 1. $\frac{1}{2}$ es el lado del cuadrado.

Si se hace una traducción al lenguaje matemático actual, se puede evidenciar que coincide con una transformación de la fórmula de la cuadrática que se conoce hoy. Se reduce a resolver la ecuación:

$$x^2 + x = \frac{3}{4}$$

Cuya solución positiva estaría dada por:

$$\frac{-1 + \sqrt{4}}{2} = \frac{1}{2}$$

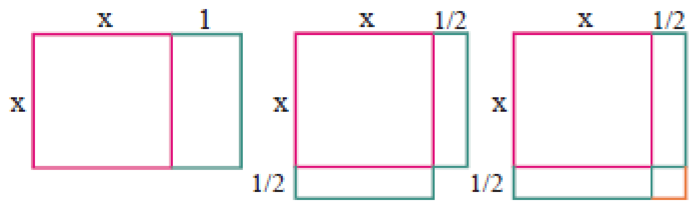
Si traducimos la solución dada en la tabla obtenemos:

Pondrás 1, la unidad	1
Fraccionarás la mitad de 1	$\frac{1}{2}$
Multiplicarás $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$ o $\left(\frac{1}{2}\right)^2$
Agregarás $\frac{1}{4}$ a $\frac{3}{4}$: 1	$\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$
Su raíz cuadrada:	$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$

Restarás el $\frac{1}{2}$ que has multiplicado de 1. $\frac{1}{2}$ es el lado del cuadrado:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{1+3}}{2}-\frac{1}{2}=\frac{-1+\sqrt{4}}{2}=\frac{1}{2}$$

Interpretación geométrica
Esta última figura medirá



Citado de Dalcin y Olave (2007)

$\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=1$ de donde el lado del cuadrado es 1. Al ser el lado $x+\frac{1}{2}$ obtendremos que $x=\frac{1}{2}$.

$$x^2+x=\frac{3}{4}$$

En forma algebraica tenemos:
$x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2=1 \Rightarrow x+\frac{1}{2}=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$ no es otra cosa que el método de completar cuadrados.

Egipto
En la civilización egipcia (3200 a. C – 31 a. C) se destacó principalmente por tener un carácter práctico y la aplicabilidad en situaciones de su contexto. "Dicho conocimiento ha sido descubierto a lo largo de la historia a través de los diferentes papiros encontrados, tal como se evidencia en los problemas abordados y avances logrados en el papiro de Rhind y el papiro de Moscú" (Ortiz, 2005, citado por Castillo, 2021, pp. 11).

Castillo (2021) define en su investigación:

> Que los papiros de Rhind, Moscú y otros, enuncian algunos problemas de tipo aritmético, algebraico y geométrico, muchos de ellos relacionado con contexto de la vida cotidiana como: la arquitectura o agrimensura. Con relación a la solución de ecuaciones y algunos problemas están resueltos con argumentos de tipo aritmético y otros en los que se hace uso de las ecuaciones lineales. Ortiz (2005, citado por Castillo, 2021, pp. 11) define que los egipcios sólo consideraban las ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2=c$, por lo que no avanzaron tanto a diferencia de la civilización babilónica.

Grecia

> Las matemáticas de la civilización griega tienen algunos elementos de la matemática desarrollada por los babilonios y los egipcios, pero muestran una mayor necesidad de demostrar de forma geométrica algunos resultados obtenidos en el campo algebraico y la aritmética. Una de las grandes diferencias por la que se puede destacar las matemáticas

> griegas es por su estructura lógica desarrollada a través de definiciones, axiomas y postulados (Castillo, 2021, pp. 11).

Con relación a las soluciones de las ecuaciones cuadráticas, se tienen algunos referentes griegos que aportaron a un estudio más amplio en este objeto matemático ya mencionado.

Escuela pitagórica

Castillo define “que la escuela pitagórica mediado del siglo VI a. C., fue una escuela filosófica, que estuvo conformada por algunos matemáticos que se destacaron en el análisis y el desarrollo del conocimiento matemático a través del estudio de esta ciencia” (2021).

La escuela pitagórica se destaca por el abordaje realizado en las ecuaciones cuadráticas de la forma $x^2 + bx = c$, $x^2 = bx + c$ y $bx = x^2 + c$. Es importante resaltar que las soluciones realizadas por los pitagóricos eran de tipo geométrico y se basaban en la construcción de cuadrados o rectángulos con áreas específicas, completando cuadrados; además de otros artificios bastante ingeniosos (Ortiz, 2005, citado por Castillo, 2021, pp. 12).

Euclides (325 a. C. – 265 a. C.)

Fue uno de los matemáticos más importantes de la antigua Grecia. Una de su obra maestra es los “Elementos”, un conjunto de 13 libros y 2 apéndices, que hoy en día son producto de la recopilación de la mayoría de los conocimientos matemáticos desarrollados. Ortiz (2005, citado por Castillo, 2021, pp. 13) en su investigación plantea que en los “Elementos”, Euclides recopiló los escritos de varios autores y otros contemporáneos, pero sus textos tienen importancia dado que radica en la escritura, la rigurosidad, el orden y la completitud en la que se presenta.

> De los 13 libros plasmado por Euclides, el libro II aborda lo que se denomina álgebra geométrica. Donde se hayan justificado algunos productos notables, algunas expresiones algebraicas y la soluciones de algunas ecuaciones lineales y cuadráticas. A continuación, trabajaremos con una variante de la proposición 14 del libro II planteado en la investigación de Dalcin y Olave (2007).

Construir un cuadrado igual a una figura rectilínea dada. (Se interpreta por figuras iguales a las que tienen igual área).

Variante: Construir un cuadrado igual a un rectángulo dado.

En el lenguaje del álgebra actual debemos resolver la ecuación: $x^2 = a * b$

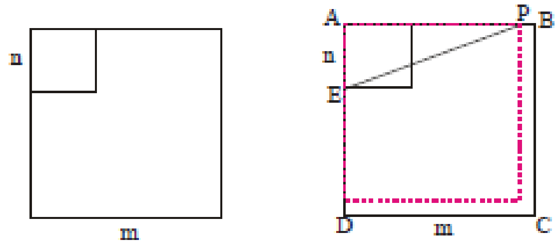
Por la proposición 5 del mismo libro, Euclides interpreta cualquier rectángulo como la diferencia de dos cuadrados. Podemos comprobar que el rectángulo $a * b$ lo podemos interpretar como

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

Llamaremos

$$m = \frac{a+b}{2} \quad \text{y} \quad n = \frac{a-b}{2}$$

Consideramos los cuadrados de lados m y n



Citado de Dalcin y Olave (2007)

Debemos hallar x tal que $x^2 = m^2 - n^2$. Si interpretamos la igualdad anterior usando las relaciones de Pitágoras, entonces debemos encontrar el cateto de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa sea m y el otro cateto n.

Para ello trazamos una circunferencia con centro E y radio m, (C(E, m))
C(E, m) ∩ AB = {p}. El cuadrado buscado es el punteado.

Castillo, "En otro de las obras de Euclides se encuentran proposiciones similares donde se puede modelar con ecuaciones cuadráticas y que fueron abordadas por medio de argumentos geométricos" (2021, pp. 14). Cabe mencionar que la soluciones presentada en dichas proposiciones únicamente eran de raíces positivas, dado que los números negativos no eran aceptados por los griegos de la época.

Hindúes
Brahmagupta (598 – 670)
Fue astrónomo y matemático hindú; fue el primero que hizo uso del número cero, sin duda, fue considerado como uno de los mayores de la antigua civilización india por hacer uso de los números negativos. En una de su principal obra titulada "Brahmasphutasiddhanta", en esta obra muestra la importancia de la aplicación de los métodos algebraicos y aritméticos como solución a los problemas astronómicos, como solución de una ecuaciones lineales y cuadráticas. Además, en cada uno de los trabajos de Brahmagupta, se puede notar de que no excluyó las raíces negativas como sus predecesores, mostrando también algunos trabajó con raíces irracionales, además, hizo uso de ciertos símbolos y abreviaturas.

En la investigación de Meavilla (2001, citado por Castillo, 2021, pp. 17) muestra de forma simplificada el proceder de Brahmagupta. A continuación, se presenta de forma general un método para la ecuación de la forma $ax^2 + bx = c$.
Donde plantea el siguiente procedimiento:

- Multiplicar por el coeficiente de x^2

$$a^2x^2 + bax = ac$$

- Sumar al resultado anterior el cuadrado de la mitad del coeficiente del término medio

$$a^2x^2 + bax + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$
$$\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

- Sacar la raíz cuadrada del resultado anterior y restar la mitad del coeficiente del término medio.

$$ax + \frac{b}{2} = \sqrt{ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$ax = -\frac{b}{2} + \sqrt{ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

- Dividir por el coeficiente del cuadrado, a, da como resultado el valor de la incógnita.

$$x = \frac{\frac{b}{2} + \sqrt{ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2}}{a}$$

Árabes

Mohammed Ibn – Musa Al – Kwarizmi (780 – 850 aproximadamente)

Fue un matemático árabe y reconocido como el padre del álgebra por todos los aportes realizados en el campo de las matemáticas. En sus obras más importantes se describen seis tipos canónicos de ecuaciones de primer y segundo grado, dado que sus coeficientes debían ser racionales positivos y para los negativos eran los números. Donde muestra soluciones de diferentes tipos de ecuaciones incluyendo un análisis profundo de la ecuación cuadrática (Boyer, 1987, citado por Castillo, 2021, pp. 18).

Además, Dalcin y Olave (2007) plantea que los enunciado se daba de forma retórica en términos de tesoros x^2, raíces bx y números c, donde a la incógnita la llamaban “cosa”.
El libro estaba estructurado de la siguiente forma:

1) Se daba reglas de solución a cada una de las formas canónicas antes mencionada, el tratamiento que se daba con base a dos operaciones:

- Al – jabr = que probablemente hacía referencia a la transposición de términos: sumar a ambos miembros para obtener cuadrados.
- Al – muqabala = hace referencia a la cancelación o reducción de términos semejantes entre dos miembros de una ecuación dada.

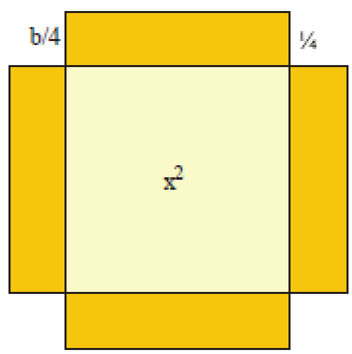
2) Se plantean una serie de problemas y la solución de la misma consistían en:
   (i) Construir la ecuación, (ii) reducirla a la forma canónica, (iii) aplicar la regla

> Como en aquella época no había un lenguaje estructurado para escribir ecuaciones, ni los métodos algebraicos para poder resolver, se recurrió a la geometría para resolver estas ecuaciones inspirado en los elementos de Euclides.

Moreno, R (2002, citado por Dalcin & Olave, 2007, pp. 154) hace una interpretación geométrica de cada uno de los pasos y validación de los procedimientos con base a las propiedades de las figuras. Donde explican cada uno de sus métodos de solución con ejemplos concretos, pero sabiendo que tenían que tener validez general.
A continuación, se presenta la aplicación del método de Al – Khwarizmi para resolver la ecuación $x^2 + x = 1$.

$$x^2 + x = 1 \quad \leftrightarrow \quad [x^2 + bx = c]$$

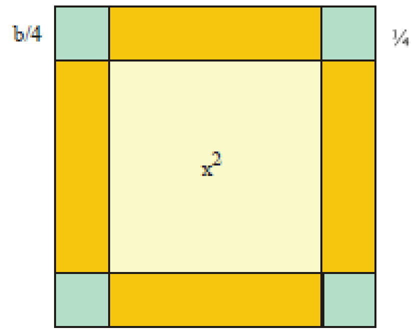
El primer miembro: $x^2 + x \ \leftrightarrow [x^2 + bx]$ representa la superficie lateral de una caja (como de zapatos), cuya base es cuadrada de lado x.



Citado de Dalcin y Olave (2007)

La superficie de la base cuadrada vale por lado, es decir $x * x = x^2$ y la superficie de cada cara lateral es $\frac{1}{2} * x = \frac{x}{4} \ \leftrightarrow \left[\left(\frac{b}{4}\right) * x\right]$.
Como hay 4 caras, la superficie total será $4 * \frac{x}{4} = x \ \leftrightarrow \left[4 * \left(\frac{b}{4}\right) * x = bx\right]$, esta superficie vale 1, porque así dice la ecuación inicial.
Ahora, Al-Khwarizmi, completa los cuatro cuadritos de los ángulos, para obtener un nuevo gran cuadrado y calcular la superficie del mismo. Donde la superficie del nuevo cuadrado bale $1 + 4$ cuadraditos: $1 + 4 * \left(\frac{1}{4}\right)^2 \ \leftrightarrow \left[c + 4 * \left(\frac{b}{4}\right)^2\right]$

El lado del nuevo cuadrado es $x + 2 * \frac{1}{4}$



Citado de Dalcin y Olave (2007)

Entonces tenemos:

$$\left(x + 2 * \frac{1}{4}\right)^2 = 1 + 4 * \left(\frac{1}{4}\right)^2 \leftrightarrow \left[\left(x + 2 * \frac{b}{4}\right)^2 = c + 4 * \left(\frac{b}{4}\right)^2\right]$$

$$x + \frac{1}{2} = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} \leftrightarrow \left[x + \frac{b}{2} = \sqrt{c + \frac{b^2}{4}}\right]$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \leftrightarrow \left[x = -\frac{b}{2} + \frac{\sqrt{4c + b^2}}{2}\right]$$

Fórmula actual de la cuadrática.

Marco teórico

En este apartado se presentan los referentes teóricos que fundamentan la investigación, donde se encuentran formalmente las Situaciones Didácticas. Elementos teóricos que se tuvieron en cuenta para el análisis de las actividades propuestas por la estrategia didáctica.

Situaciones didácticas

La forma de enseñanza tradicional se ha visto desde un punto distinto al enfoque planteado por la teoría de Brousseau. Ambos en relación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Tal como lo menciona Chavarría (2006) "que en la forma tradicional no se contextualiza el conocimiento, dado que no se tiene un aprendizaje significativo." Por otra parte, "un medio sin las intenciones didácticas es claramente insuficiente para inducir en el estudiante todos los conocimientos culturales que se desea que él adquiera" Brousseau (1986). Un esquema que representa anteriormente se muestra a continuación:

Esquema. Concepto básico de la teoría de la Situaciones Didácticas

El estudiante aprende adaptándose a un medio que es un factor de contradicciones, de dificultades y desequilibrio, tal como en la sociedad humana.

→

Desequilibrio: Proceso donde se encuentra una dificulta cognitiva al aprender algo nuevo.

Concepto básico de la teoría de la Situaciones didácticas por Guy Brousseau (1986)

Situación pedagógica: Son las relaciones dada por los estudiantes, el docente y el medio que lo

Situación didáctica: Proceso por el cual el docente proporciona una serie de recurso didáctico y herramienta pedagógica para el aprendizaje y la construcción del conocimiento del estudiante.

Situación a-didáctica: Debe haber un momento a-didáctico dentro de una situación didáctica, donde el estudiante construye su conocimiento por encima de sus concepciones previas, se le da importancia al desequilibrio.

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, Chavarría (2006) define el enfoque planteado por Brousseau, en el que intervienen tres elementos fundamentales que son: el estudiante, el profesor y el medio didáctico. El profesor es quien facilita el medio en el cual el estudiante construye su conocimiento. Brousseau (1999) propone las fases de una situación didáctica: acción, formulación, validación y la institucionalización.

Esquema: teoría de las situaciones

Teoría de las situaciones Guy Brousseau (1999)

Acción: El estudiante debe actuar sobre un medio elaborando procedimiento, emitir hipótesis y ponerlo en práctica.

Formulación: En esta fase de experimentación se pone en práctica el conocimiento del profesor para explicar, retroalimentar y formular diferentes preguntas, para el intercambio de saberes.

Validación: En esta etapa el aprendizaje es social, dado que los estudiantes confrontan sus resultados.

Institucionalización: En esta fase debe haber reconocimiento de lo aprendido. El profesor formaliza la construcción de los conceptos dando claridad a la intención didáctica de la actividad.

Fuente: Elaboración propia

Marco contextual

El municipio del Charco Nariño zona rural, perteneciente al departamento de Nariño ubicado al sur del pacifico colombiano, solo se puede acceder por medio de transporte marítimo como lancha y barco. Para abordar estos medios debe dirigirse a la ciudad de Buenaventura. Además, cada transporte tiene una hora en especifica en lancha son de 4 a 5 horas de viajes y en barco de 13 a 15 horas para poder llegar a este hermoso pueblo llamado El Charco, debido a su numerosa presencia de agua, como laguna y lagos que conforma un lugar característico de la zona.

Fuente: (Escobar, 2022)

El trabajo de investigación se llevó acabo en la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen, Institución que antes era un colegio de monjas y años reciente pasa hacer una institución mixta en el 2012. Este trabajo se les aplicó a algunos alumnos pertenecientes a dicho centro educativo ya mencionado con estudiantes de grado noveno por medio de un estudio de caso. El municipio del Charco Nariño tiene un contexto poblacional vulnerable afectada por el desplazamiento forzoso. Donde los estudiantes son lo más afectado y esto también se debe a la falta de una educación innovadora, ya que debe seguir en la búsqueda de mejorar su calidad, y así aportar a cambios para la región que se ha visto afectada por la violencia social que enmarca al Charco Nariño como zona roja, a causa del conflicto armado y los negocios ilícitos como el narcotráfico, esto ha incidido en la educación propia del estudiante y en la deserción escolar por la falta de interés.

Fuente: Los autores

El Charco (N) tiene un estrato social 1, 2 y 3 y en el nuevo censo se maneja entre la categoría A, B y C, ya que son pocas las personas que tienen los recursos necesarios, en cambio otras familias viven de actividades como: la pesca, el comercio, la agronomía, entre otros. Además, ofrece una buena calidad de vida a las personas de muy bajo recursos, debido que es muy rico en terreno que son trabajado por los campesinos como la ganadería y siembra de producto para el consumo interno del municipio.

Marco normativo

A continuación, se muestra en el marco normativo los Lineamientos, los Estándares, los DBA y algunas leyes que sustentan la importancia del objeto matemático de la investigación.

- **Lineamientos Curriculares**
  La variación desmenuza los conceptos, los procedimientos y los métodos que ponen al descubierto las interacciones que permiten identificar algunos de los núcleos conceptuales de las matemáticas donde está involucrada "el álgebra en su sentido simbólico, liberada de su significación geométrica, particularmente la noción y significado de la variable es determinante en este campo" (MEN, 2018, p. 50). Además, el contexto de la vida cotidiana del estudiante, aporta al aprendizaje de las matemáticas herramientas necesaria que posibilitan la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde él toma decisiones, se enfrenta y adapta a situaciones nuevas expresando su opinión y receptivo a las demás.

- **Estándares Básico de Competencia**
  "El pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico) y con otros tipos de pensamiento más propios de otras ciencias" (MEN, 2006, p. 66). Además, en la Educación Básica Secundaria, la representación está ligada al

sistema algebraico y también se expresan por otros tipos de representaciones como la gestuales, lenguaje técnico, lo numérico, gráfico y las icónicas, que son intermediaria en el saber previo del estudiante y en la construcción de procedimiento o fórmulas que modelan las matemáticas.

- **Derechos Básicos de Aprendizaje**
  Plantea que los estudiantes "utiliza procesos inductivos y lenguaje algebraico para poder formular, proponer y resolver conjeturas en la solución de problema numérico, geométricos, métricos, en situaciones cotidianas y no cotidianas" (MEN, 2016, p. 71). Desde otro punto de vitas, el estudiante se adapta y se moviliza por los diferentes registros que proporciona el objeto matemático, toma decisiones de acuerdo a su interpretación y la expresa de forma verbal o simbólica.

Leyes

- Ley 115, articulo 22 habla que la educación básica es obligatoria:
  "[…] El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana" (1994, p. 7). Además, el objetivo de la ley 115, habla que la educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes (1994, p. 1).

- Constitución política, articulo 67 plantea que la educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura (1991, p. 18).

- Decreto 1860, articulo 36 menciona que "el proyecto pedagógico es una actividad dentro del plan de estudio que de manera planificada ejercita al educando en la solución de problemas cotidianos, seleccionados por tener relación directa con el entorno social, cultural, científico y tecnológico del alumno" (1994, p. 14). Además, el profesor debe elaborar un diseño en la vida académica del estudiante para adquirir dominio de aquellos saberes previos, donde pone en práctica su conocimiento, habilidades, destreza y a la ves logrando un desarrollo en diversas áreas con basa a sus experiencias.

Marco conceptual

En este apartado se presentan los conceptos que fundamentan la investigación, los cuales se abordan desde tres perspectivas diferentes de las matemáticas, donde se encuentran formalmente, la resolución de problema, las ecuaciones cuadráticas y el aprendizaje. Elementos conceptuales que se tuvieron en cuenta para el análisis de las actividades propuestas por la estrategia didáctica.

Concepto	**Definición**
Resolución de Problemas	Se considera desde hace algunos años, como una herramienta didáctica más importante para la enseñanza de las matemáticas (Castillo Vargas, 2021). Por otra parte, es un proceso y habilidad básica que se considera conjuntamente con otras (Blanco, 1998, citado por los autores Erazo, Aldana & Gutiérrez, 2017, p. 5), además de ser un método, proceso y estrategia, lo que necesario distinguir el contenido del problema, la clasificación de la misma y los distintos métodos para hallar la solución. Por lo tanto, la solución de problema es un proceso de aplicación de conocimientos previamente adquiridos en situaciones nuevas y desconocidas.
Método los algoritmos	Son pasos que se deben seguir para solucionar un problema de manera satisfactoria. Autores como Monero, Castelló, Clariana, Palma y Pérez, (1995), afirman que un procedimiento algorítmico es una sucesión de pasos a seguir y que conlleva a una correcta ejecución de una solución segura del problema. Por otra parte, (Flores, 2005, citado por Jerónimo, 2018, p. 21), manifiesta que es constituida a una lista de pasos y una descripción de datos que son muy necesarios para dar solución a un determinado problema en el ámbito cotidiano.
Método heurístico	Toda situación de la vida cotidiana requiere de la aplicación de una estrategia para salir airoso de los problemas y obstáculos que se presentan. Por otro medio autores como Erazo, Aldana y Gutiérrez (2017), mencionan que las heurísticas son los procedimientos que siguen para solucionar problemas determinado, basado en el uso de habilidades cognitivas como son, el análisis síntesis, la creatividad y las cognoscitiva más exacta para la meta-cognición.
Método de Polya	Para resolver problemas existen diferentes métodos, técnicas y estrategia, pero uno de los métodos más usado es el que propone George Polya (1965) es cómo plantear y resolver problemas, mencionando cuatro pasos para resolver problema: • Comprender el problema: - Análisis. - Determinación de las variables. • Formular un plan: - Determinar la relación entre los datos y la incógnita. - De no encontrarse una relación inmediata, puede recurrirse a problemas similares. - Estrategia. • Ejecución del plan: - Procedimiento. • Revisar y comprobar:

	- Comprobación
Ecuaciones cuadráticas	Gustin Ortega y Avirama Gutiérrez (2014) define las ecuaciones cuadráticas o de segundo grado es aquella ecuación en la cual una vez simplificada, su máximo exponente en $n = 2$. En términos generales una ecuación cuadrática es aquella que se puede escribir de la forma: $ax^2 + bx + c = 0$. Donde $a, b\ y\ c$ son coeficientes numéricos perteneciente al conjunto de los reales y $a \neq 0$. Por otro medio Castillo (2021) menciona con respeto al Teorema fundamental del Álgebra, que las ecuaciones cuadráticas tienen exactamente dos raíces (es decir una raíz real de multiplicidad 2 o dos raíces diferentes reales o complejas).
Método de solución de las ecuaciones cuadráticas	Castillo (2021) describe la en su investigación la factorización como método, donde es posible encontrar las soluciones de la ecuación cuadrática asociada igualando a 0 cada factor. En definición esto se puede aplicar por el teorema del factor cero para encontrar las soluciones siempre y cuando el polinomio cuadrático asociado sea factorizable sobre los enteros, sin embargo, en caso contrario. Aún es posible usar un recurso algebraico muy útil es completando cuadrado combinado con el proceso descrito en el apartado anteriormente. Por otra parte, Gustin Ortega y Avirama Gutiérrez (2014) mencionan que una ecuación cuadrática si tiene una solución expresada de la forma $x^2 = d\ para\ d \geq 0$ se tiene como método de solución la raíz cuadrada y se expresa de la forma: $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
Aprendizaje	Hergenhahn (1976 citado por la Federación de enseñanza de CC.OO. de Andalucía, 2009, p.2) define el aprendizaje como “un cambio relativamente permanente en la conducta o en su potencialidad que se produce a partir de la experiencia y que no puede ser atribuido a un estado temporal somático inducido por la enfermedad, la fatiga o las drogas”. En otros estudios mencionados por Aldana y Morales (2020), el aprendizaje ocurre cuando se resuelve un problema. En otras palabras el aprendizaje es “colaboración” más que la palabra “aprendizaje”.

CAPITULO III METODOLOGÍA E INSTRUMENTOS

Metodología

Esta investigación corresponde a un enfoque histórico hermenéutico, dado el objeto matemático que se estudió a través de la fenomenología (entorno), la interacción y movilización del estudiante en diferente medio social.

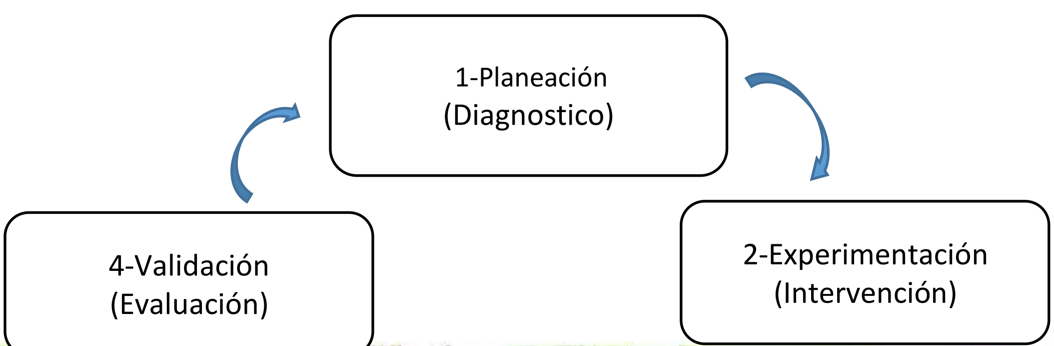
> “(…) Las ciencias histórico hermenéuticas buscan rescatar el fenómeno y la relación entre sujetos, partiendo de la comprensión de los procesos comunicativos, mediados por la apropiación de la tradición y la historia; al mismo tiempo, su interés que se fundamenta en la construcción y reconstrucción de identidades socioculturales (interés práctico), desde la comprensión estructural, y en un proceso posterior para poder sugerir acciones de transformación” (Ortiz Ocaña, 2015. pp. 17).

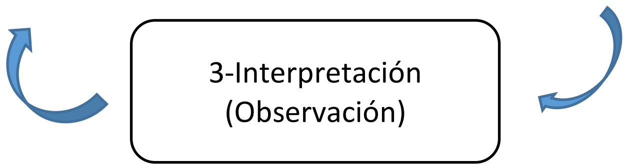
6. Diseño de la investigación

Esta investigación es de corte cualitativo teniendo en cuenta la metodología de Bisquerra (2009), dado que se centra en la ciencia de la educación. Dado que se logró analizar, comprender e interpretar un problema situado en contexto con el fin de mejorar el aprendizaje cognitivo del estudiante. Una investigación de enfoque cualitativo se basa en la recolección y el análisis de los datos, que se pueden desarrollar preguntas e hipótesis antes, durante o depuesta de la recolección y el análisis (Tejada Romaní, 2021).
El objeto de este trabajo está dirigido a la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen, en cual se encuentra ubicado en el municipio del Charco Nariño (zona roja), población vulnerable y afectada por el desplazamiento forzoso, conflicto armado y los negocios ilícitos como el narcotráfico; con una educación que debe seguir en la búsqueda de mejorar su calidad, y así aportar a cambios para la región. Además, esta investigación está centrada en un estudio de caso por Stake (2005), para abarcar la complejidad de un caso particular. Teniendo en cuenta la población a la cual fue dirigido este estudio (estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen), se pretendió observar individual y colectivamente las dificultades y obstáculos que presentaban en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas, de tal manera Tejada Romaní (2021) define que esta metodología brinda la oportunidad de estudiar a profundidad una parte de cierto problema con un tiempo que generalmente es limitado.

7. Fases de la investigación

Este tipo de metodología la compone las siguientes fases:





Fuente: Autor de la investigación

Las cuatro fases se desarrollaron de la siguiente manera:

Fase 1: planeación.

En esta fase se realizó una prueba diagnóstica para hallar las dificultades que presentaban los estudiantes del grado noveno de la Institución educativa Nuestra Señora del Carmen del Municipio del Charco Nariño, sobre el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas por medio de la resolución de problemas en contexto, además, los contenidos y desempeño con el objeto matemático.

Fase 2: Experimentación.

En este apartado de la experimentación se tuvo en cuenta la planeación de la fase anterior, donde desarrollo un proceso de enseñanza y aprendizaje, a partir de la ejecución de un plan de intervención, mediante secuencias didácticas. Además, se logró el alcance en cada una de las actividades por parte de los estudiantes. Posteriormente se analizó los resultados de la implementación y los procesos de aplicación de cada una de las actividades de la secuencia didáctica. Para la aplicación de cada una de las secuencias didácticas, se le entrego a los estudiantes una guía de los contenidos de cada secuencia planteada en la investigación, dado que se estudió en compañía del profesor investigador. Además, el tablero se utilizó como herramienta de aclarar duda con los estudiantes. Por otra parte, se utilizó los espacios recreacional o deportivo para dar validez al objeto matemático con la acción que ellos realizaba en su momento.

En este sentido, algunos autores como Gustin Ortega y Avirama Gutiérrez (2014) describe en su investigación que una "secuencia didáctica está conformada por situaciones, que son una especie de modelo de interacción entre el estudiante y un conocimiento dado, a partir del cual el estudiante, guiado por el profesor, tiene la posibilidad de adaptarse a los criterios que plantea la situación, personalizándose de ella y utilizándose como recurso para alcanzar el conocimiento."

Fase 3: Interpretación.
En esta fase se discutieron los resultados alcanzados por parte de los estudiantes, a través de las intervenciones, la observación y el análisis de las secuencias didácticas realizada en esta investigación.

Fase 4: Validación.

En esta última fase se verificaron los resultados obtenidos, en función de la evaluación y la confrontación que tuvieron los estudiantes en la prueba diagnóstica y a posteriori. Donde se comprobaron si la secuencia y estrategia de esta investigación contribuyeron en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas, desde la resolución de problemas en contextos.

CAPITULO IV
RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Fase 1: planeación.

Con base a nuestro primer objetivo se pudo identificar las dificultades y los saberes previos que evidenciaron de los estudiantes en la comprensión de las ecuaciones cuadráticas, y la planeación del conocimiento matemático en el horizonte deseado por el profesor investigador, mediante la siguiente prueba diagnóstica.

Prueba Diagnóstica
problema #1 1) El Rector de la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen tiene dos hermanos, cuyas edades al sumarse es igual a 35 y al multiplicarse ambas edades es igual a 300. ¿Cuáles son las edades de los hermanos del Rector?
problema #2 2) La Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen, tiene una cancha rectangular donde los estudiantes juegan baloncesto y tiene 144 metros cuadrados (m^2), de área y 50 m de perímetro. Se les solicita a los estudiantes hallar las dimensiones de los lados de la cancha. ¿Cuáles son las dimensiones de los lados de la cancha que cumplen con la información?
problema #3 3) La cantidad de partículas de polvo absorbidas por un trabajador en la cepilladura de madera están expresadas por el siguiente modelo $p(t) = 3t^2$, teniendo en cuenta que la jornada de trabajo en la que el trabajador está expuesto a estas partículas en un día escogido aleatoriamente es de 12 horas. Donde $p(t)$ es la cantidad de partículas de polvo absorbidas y t es el tiempo Teniendo en cuenta la información responda las siguientes preguntas. a. ¿Cuánta cantidad de polvo habrá absorbido el trabajador pasadas 2 horas de jornada laboral? b. ¿En cuántas horas el trabajador habrá absorbido 147 partículas de polvo?

Fuente: Elaboración propia

La prueba diagnóstica fue diseñada de forma escrita, se esperaba que los estudiantes pudieran contextualizar aquellas situaciones y a su vez le dieran solución al problema; esto nos permitió identificar en cada uno de los problemas planteados, las dificultades que presentan los estudiantes con respeto a los temas que requerían para resolver una ecuación cuadrática, esta prueba fue diseñada para trabajar en el contexto de los estudiantes.

8. Análisis de la prueba diagnóstica

La prueba se realizó con 26 estudiantes de grado noveno, donde se tuvo en cuenta a 8 de ellos para el análisis y elección de los resultados más pertinentes, donde se evidenció con mayor dificultad los problemas propuestos en la prueba diagnóstica. Cabe resaltar, que tenían presente aquellas nociones de los conceptos, dado que el profesor de matemática no aborda el contenido de las ecuaciones cuadrática, por lo que en la hora de enfrentarse a este tipo de problemas no sabían cómo abordarlo, por lo que implementan otro método como el tanteo o el método de ensayo y error, además, se tuvieron en cuenta algunas dificultades y observaciones que se analizó en los estudiantes:

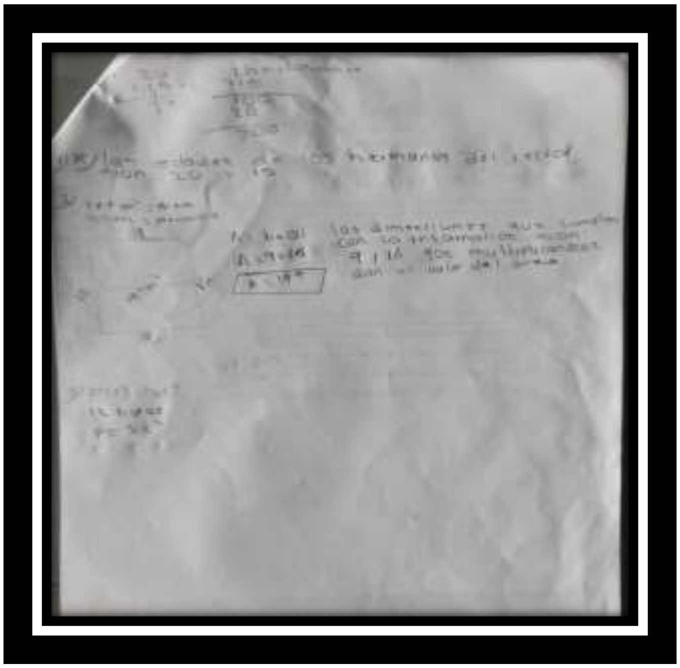
Tabla1: Dificultades que se presentó en la prueba diagnóstica

Dificultades	**Resultados**
Dificultad relacionada con el análisis del problema.	Los estudiantes no fueron capaces de relacionar los problemas 1 y 2 como una ecuación, como se muestra a continuación en las imágenes.
Dificultad para resolver un problema escrito.	Una de la mayor dificultad que se evidenció, es que los estudiantes no tienen presente el concepto, por lo que optan por buscar otra forma de resolver el problema.
Dificultad en la parte operacional y conceptual	Los estudiantes tienen dificultad en la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos y el lenguaje cotidiano con la interpretación de los conceptos.
Dificultades asociadas a las actitudes y emociones.	Se presenció una actitud muy baja por parte de los estudiantes, dado que lanzaba interrogantes como esto está muy duro, no comprendo esta parte, tengo idea pero no sé qué debo plantear, generando en algunos estudiantes poca motivación por trabajar.
Dificultad al leer y comprender el problema	Los estudiantes no son capaces de interiorizar un problema, generando en sí contradicciones con los saberes ya adquiridos.

Fuente: Elaboración propia.

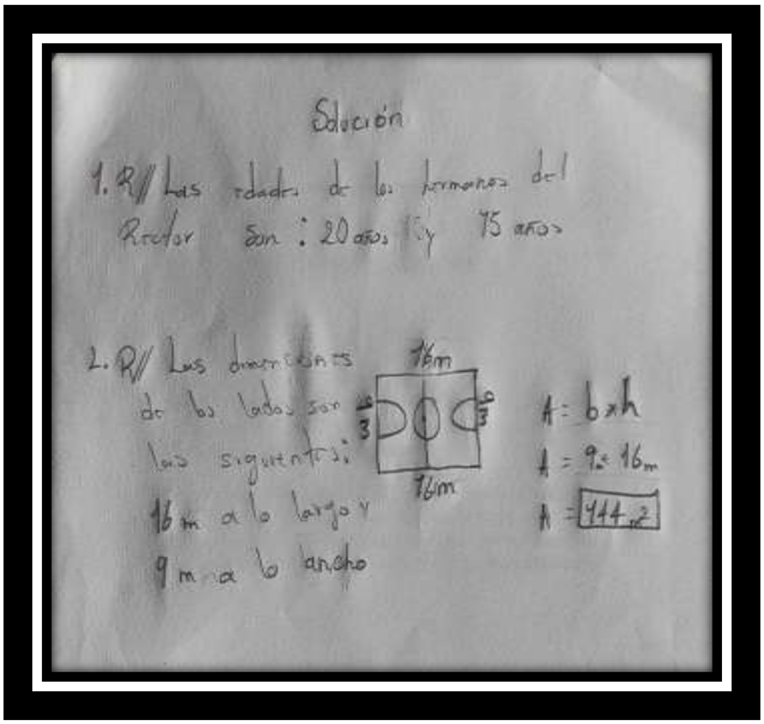
A continuación, se muestran los resultados de los estudiantes que se tuvieron en cuenta para el análisis de la prueba diagnóstica.

Estudiante 1



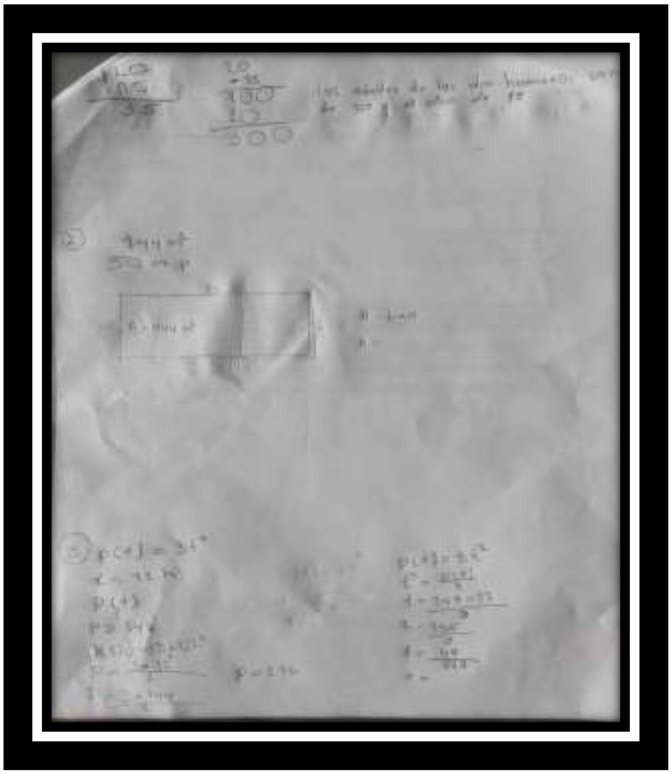
Estudiante 1: resuelve el problema 1 y 2 correctamente, aunque al principio el estudiante presentaba problema en la interpretación de la misma, optando por otro método para llegar a la solución, además el estudiante no fue capaz de resolver el problema 3, dado que lo consideraba muy duro para él solo logra plasmar la ecuación.

Estudiante 2



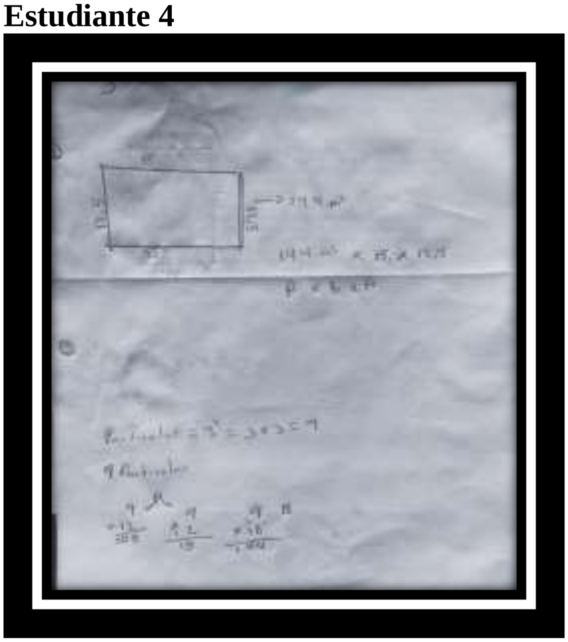
Estudiante 2: Interpreta el problema 1 y 2 correctamente, podemos observar que el estudiante tiene una buena interpretación gráfiaca dado que se apoya en ella para dar validez a su respuesta. Por lo que plantea el problema de la misma forma que el estudiante 1, tampoco fue capaz de resolver el problema 3, además, que no logra interiorizar dando por terminado el problema. Además, lo consideraba muy duro. Podemos observar que se apoya gráficamente para resolver el problemas 2 dado que lo logra interpretar.

Estudiante 3



Estudiante 3: Resuelve el primer problema bien con el método de ensayo y error hasta llegar a la repuesta correcta, en el problema 2 el estudiante no logra interiorizarlo, aunque lo representa gráficamente no es capaz y en el problema 3 el estudiante lo resuelve erróneamente, dado que toma los datos incorrectos. Por lo que el estudiante lee el problema, pero no lo comprende del todo, pero tenía idea de cómo resolverlo.

Estudiante 4

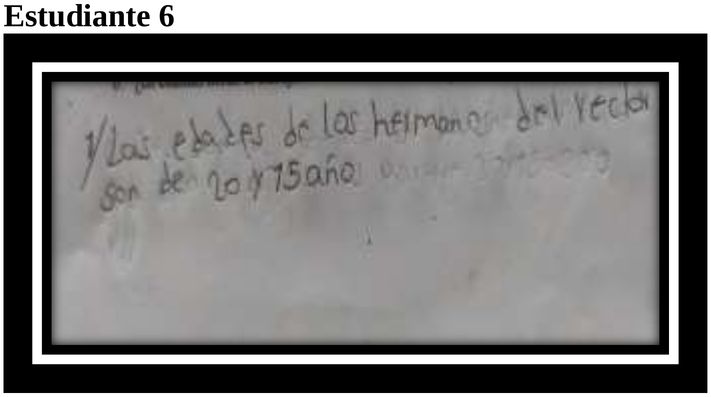


Estudiante 4: El primer problema lo resuelve bien por el método de ensayo y error o tanteo, logrando llegar a la repuesta correcta, en el problema 2, se apoya gráficamente, pero le da valores al azar a las dimensiones del cuadrado, pero como se observa en la imagen no coinciden con lo que describe el problema. En el problema 3 no fue capaz de resolverlo, ya que no entiende el problema. Además, el estudiante saca el cuaderno para guiarse, dado que los temas visto por el profesor era sobre área y perímetro.

Estudiante 5

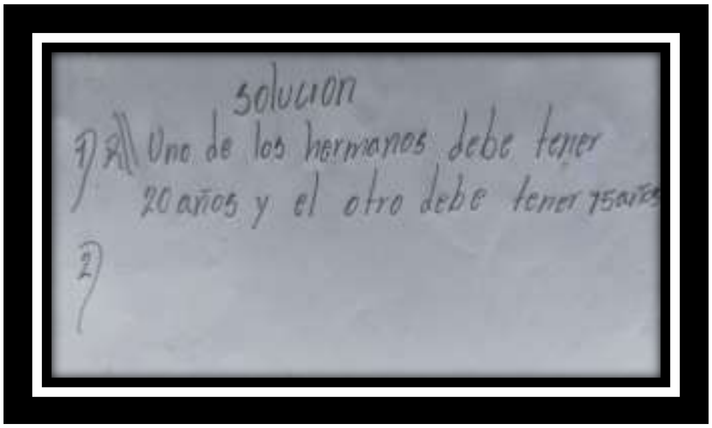
Estudiante 5: el primer problema lo resuelve bien con el método de ensayo y error hasta llegar a la repuesta correcta, el segundo problema no lo entiende por lo que pasa al problema tres, observamos que el estudiante toma y reemplaza los datos dados de forma incorrecta, permitiendo la veracidad de su solución.

Estudiante 6



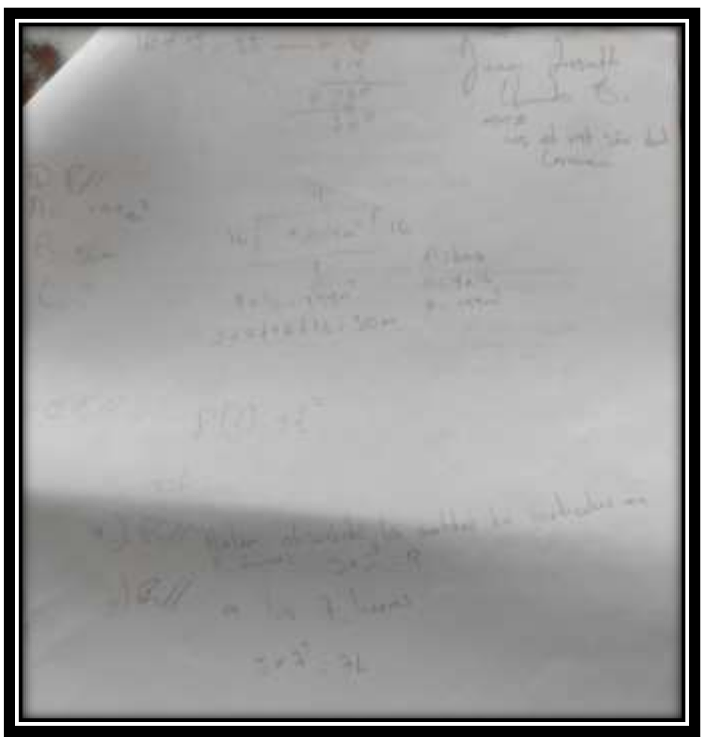
Estudiante 6: El estudiante no logra resolver ningunos de los problemas, aunque resuelve el problema, pero fue porque uno de sus compañeros le da la repuesta del problema, por lo que el estudiante no logra comprender el problema planteado.

Estudiante 7



Estudiante 7: no logra resolver ningunos de los problemas, dado, que trata de copiar a su compañera que tenía al lado, por lo que el estudiante no logra comprender cada uno de los problemas, por lo que el estudiante no sabe cómo abordar un problema de este tipo.

Estudiante 8



Estudiante 8: Resuelve el problema 1 y 2 de forma correcta por el método de ensayó y erro, dado que el estudiante de entrada comprende el problema y lo interioriza de forma clara y el problema 3 toma los datos correctos. además, el inciso b lo resuelve dado valor al azar a la variable hasta coincidir con el tiempo que se requiere para que el trabajador halla absorbido 147 partículas de polvo.

En la tabla 2 se describe la forma en que los estudiantes buscan una estrategia para abordar el problema, a pesar de que no conocen el método de Polya, lo hace de manera innata como se muestra a continuación:

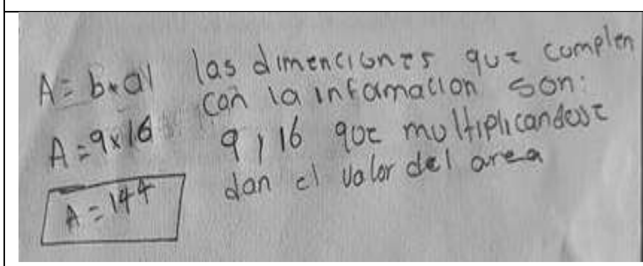
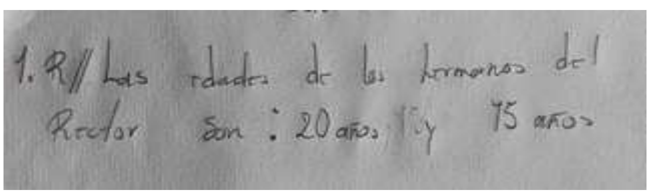
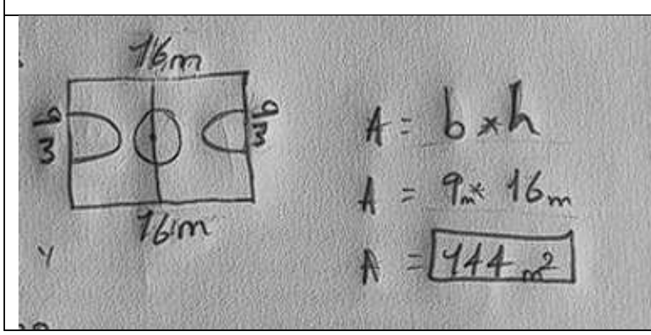
Tabla 2: Resultado de la prueba diagnóstica. Resolución de problemas

Paso para resolver el problema	Resultados
Comprender el problema	Entre el problema 1 y 2, solo 3 estudiantes comprendió la

	información necesaria para resolver las situación problema de manera adecuada.
Concebir un plan	Solo 6 estudiantes concibe un plan para resuelver el problema 1 y 2 por el método de ensayo y error o tanteo dado que no tienen concebido el concepto de las ecuaciones cuadráticas.
Ejecutar el plan	Entre el problema 1 y 2, solo 3 de los estudiantes encuentra la solución de la situación, tomando decisiones para dar validez de acuerdo a la información dada por el problema.
Revisar y comprobar	Solo 3 de los estudiantes comprueba la validez del problema 1 y 2 de manera pertinente, su respuesta en relación con el enunciado.

En la tabla 3 se muestra algunos esquemas que los estudiantes utilizan para validar de forma precisa su respuesta con base al problema.

Tabla 3: Esquemas

Imagen	**Tipo de esquemas**	**Descripción**
 	Verbal	El estudiante expresa su respuesta de forma escrita para dar a entender al profesor que su respuesta tiene validez con respecto a la situación problema.
	Gráfico	Los estudiantes plantean gráficamente el problema como recurso de apoyo visual, donde comprueba el resultado obtenido.

Fuente: Elaboración propia.

Partiendo desde un análisis descriptivo, los estudiantes tienen presente aquellas nociones del objeto matemático, pero al leer el problema no logran interiorizar, generando en ellos dificultad al momento de relacionar un problema con variable, por lo que buscan distintas estrategias para poder abordar el problema y de esa forma llegar a un resultado. Además, cabe resaltar que el método de ensayo y error implementado por algunos de ellos, les permitió llegar a una solución, dado que las ecuaciones cuadráticas abarcan dos soluciones teniendo en cuenta el grado del polinomio.
A continuación, se presentan algunas observaciones que se lograron evidenciar en la prueba diagnóstica.

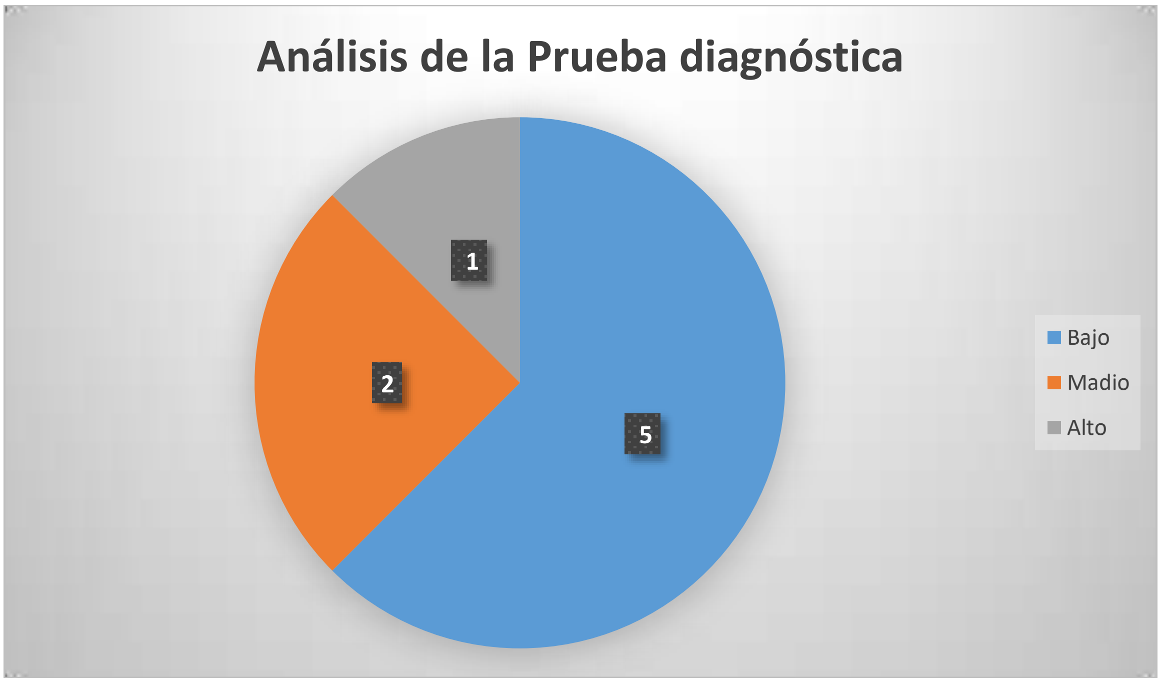
Tabla 4: Observaciones que se evidencio en la prueba diagnóstica

Observaciones	**Resultados**
Con respecto al problema #1	6 de Los estudiantes no presentan problemas para llegar a la solución, dado que todo encuentran las respuestas. Los otros 2, no fueron capaces de resolver el problema.
Con respecto al problema #2	3 estudiantes hallan la respuesta correcta, 1 de ellos, no acierta a la respuesta correcta, debido que solo ponían datos al azar. Y los otros, no fueron capaces de resolver el problema.
Con respecto al problema #3	1 estudiante acierta en la respuesta correcta, 2 de ellos tienen errores al interpretar el problema reemplazar datos que no se requiere en el problema y 5 los otros no logran resuelven el problema.
Reemplazar incorrectamente la variable.	La mayoría de los estudiantes presentan errores al reemplazar los datos planteados por el problema.
Utilizan otros métodos	Los estudiantes aplican métodos diferentes para llegar a la solución del problema, basándose especialmente en el método de ensayo y error para llegar a la respuesta.
Interpretación errónea de los resultados	Algunos estudiantes no interpretan, ni comprenden el problema.
Con base a las creencia sobre las matemáticas	Los estudiantes muestran preocupación a la hora de leer los problemas y esto se debe a las creencias y la repuestas negativas que ellos tienen en cuanto a las matemáticas con base a su entorno de formación.

Fuente: Elaboración propia.

En el siguiente esquema podemos evidenciar desde un enfoque general las dificultades halladas, con el fin de obtener una base guía para el análisis y mejora de los estudiantes, de acuerdo a las observaciones se realiza una gráfica porcentual. Donde se representa con las siguientes características el nivel de desempeño:

Bajo: 0 y 1 respuesta acertadas.
Medio: 2 respuestas acertadas.
Alto: 3 respuestas acertadas.



Fuente: Elaboración propia.

Al analizar la gráfica, podemos describir los resultados obtenidos por los estudiantes por medio de la prueba diagnóstica, donde se puede observar que 1 estudiante resuelve de manera acertada los 3 problemas, solo 2 de ellos pudieron resolver de marera acertada 2 problemas, y 5 de los estudiantes no acertaron en ninguno o solo en uno de los problemas. Partiendo de la interpretación de este análisis, se observó que los estudiantes tuvieron un promedio bajo de respuesta acertada, por lo tanto, esto nos permite deducir que no tienen concebido el concepto de las ecuaciones cuadráticas.

Fase 2: Experimentación

9. Secuencias didácticas

En esta fase, se pretendió propiciar un acercamiento significativo al concepto de las ecuaciones cuadráticas por medio de la Situaciones didácticas, dado que se pretende movilizar al estudiante en la conceptualización de este objeto matemático por medio de la resolución de problemas en contexto; en el cual se busca la posibilidad de asociar a cada una de las secuencias didácticas una prueba de validación con el fin de poder hacer una intervención entre la prueba diagnóstica y las experimentación.

Antes de aplicar las secuencias didácticas planteada más adelantes, se abordó el concepto de las expresiones algebraicas y el tema de producto notable que se encuentra en el Anexo A, con el fin de poder ofrecer al estudiante las bases necesarias, dado que los temas abordar en las secuencias requerían de aquellos contenidos para el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas

Secuencia didáctica 1
Esta Secuencia didáctica tiene como objetivo movilizar a los estudiantes a resolver situaciones problemas en contexto matemático real haciendo uso de la factorización como método para resolver una ecuación cuadrática. Además, la guía de esta Secuencia didáctica, como los contenidos y procedimiento eran nuevos para los estudiantes, donde antes de implementar esta secuencia se le hizo un repaso sobre las expresiones algebraica y productos notables con el fin de formalizar al estudiante en aquellos concepto o procedimiento.

Estructura de la Secuencia didáctica 1
La estructura de la Secuencia didáctica se encuentra en el Anexo B y C se encuentra la prueba de validación 1 de la Secuencia 1, la cual consta de un problema en contexto del estudiante y tiene plasmada dos preguntas:

- En la primera, los estudiantes aplican la propiedad del área, para formar la ecuación y por último aplicar el métodos de factorización para hallar el valor de x que no da como resultado el área dada.
- En la segunda, los estudiantes ya de haber hallado el valor de la variable x, procede a hallar las dimensiones del estadio aplicando la propiedad del perímetro.

Secuencia didáctica 2
Esta Secuencia didáctica tiene como objetivo resolver situaciones problema en contextos matemáticos haciendo uso de la fórmula de la ecuación cuadrática como método gráfico para la solución de ecuaciones cuadráticas. Además, de la guía, se implementa el uso del video beam para mostrar al estudiante un enfoque más amplio por medio de geogebra el comportamiento gráfico del problema.

Estructura de la Secuencia didáctica 2
La estructura de la Secuencia didáctica se encuentra en el Anexo D y E se encuentra la prueba de validación 2 de la Secuencia 2, la cual consta de dos problemas en contexto real del estudiante.

- En el primer problema, tener presente aquellos saberes previos para formar la ecuación cuadrática. Luego, aplicar la fórmula de la cuadrática y a partir de esta deberán determinar el resultado del problema.
- En el segundo problema, ya está planteada la ecuación cuadrática, dado que los estudiantes deberán aplicar algún método de solución, en lo posible el método gráfico apoyándose en la imagen dada del problema.

Fase 3: Interpretación.

10. Análisis de los resultados alcanzados.

En esta fase, se hizo un análisis a través de la intervención y la observación de los resultados alcanzados por medio de los estudiantes, en el aprendizaje del concepto de las ecuaciones cuadráticas.

Resultados alcanzados de la Secuencia didáctica 1
Respecto al aprendizaje que se logró a través de la Secuencia didáctica 1, se evidencia una adquisición de presaberes, dado el caso, que el concepto de ecuaciones cuadráticas era algo nuevo para ellos. De tal modo, que buscan otra manera de poder resolver aquellos problemas o ejercicios, por lo cual, se le ofrece a los estudiantes herramientas matemáticas como los casos de factorización y los métodos para resolver una ecuación cuadrática.
Sin embargo, la Situaciones Didáctica que se implementó en la secuencia como se observa en el anexo A, se destaca que los estudiantes a pesar de sus dificultades con el tema demostraron una gran habilidad y dominio a la hora de resolver un problema con los casos de factorización.
De otra perspectiva, cada uno muestra una capacidad cognitiva a la hora de poder expresar o argumentar su respuesta, demostrando alguno un buen razonamiento lógico para abordar un problema matemático.

En relación con la enseñanza, el profesor muestra un dominio con respecto al tema, logrando movilizar al estudiante en diferentes contextos y a la vez coordinar un buen proceso en el aula de clase, así mismo, muestra un gran seguridad y facilidad a la hora de enfrentarse con la población estudiantil, despertando en ellos un gran interés y motivación por aprender.

Resultados alcanzados de la Secuencia didáctica 2
Con base al aprendizaje de la Secuencia didáctica 2, muestran un buen dominio con la fórmula de la cuadrática, dado que ya poseen un conocimiento previo de la primera secuencia didáctica. Además, los estudiantes tuvieron un aprendizaje muy positivo, ya que le resultaba más fácil para ellos resolver un problema con base al método gráfico de una ecuación cuadrática, no hubo mucha dificultad, dado que las Situaciones Didácticas implementada en esta etapa como se muestra en el anexo C, logran comprender que para trabajar con este tipo de problema se requiere reemplazar un punto del eje x en la ecuación dada. Por otra parte, hacen uso de la cuadrática, pero sin el discriminante para hallar el punto máximo de la gráfica de una función

cuadrática o de la parábola, donde muestran un mayor desempeño a la hora de abordar este tipo de problema.

De acuerdo con la enseñanza, el profesor, le permitió visualizar a los estudiantes cómo se compone una función cuadrática con una ecuación cuadrática. Así mismo, se utilizaron herramientas que permitieron movilizar a cada uno de ellos por diferentes contextos para la enseñanza y aprendizaje del concepto de las ecuaciones cuadráticas.

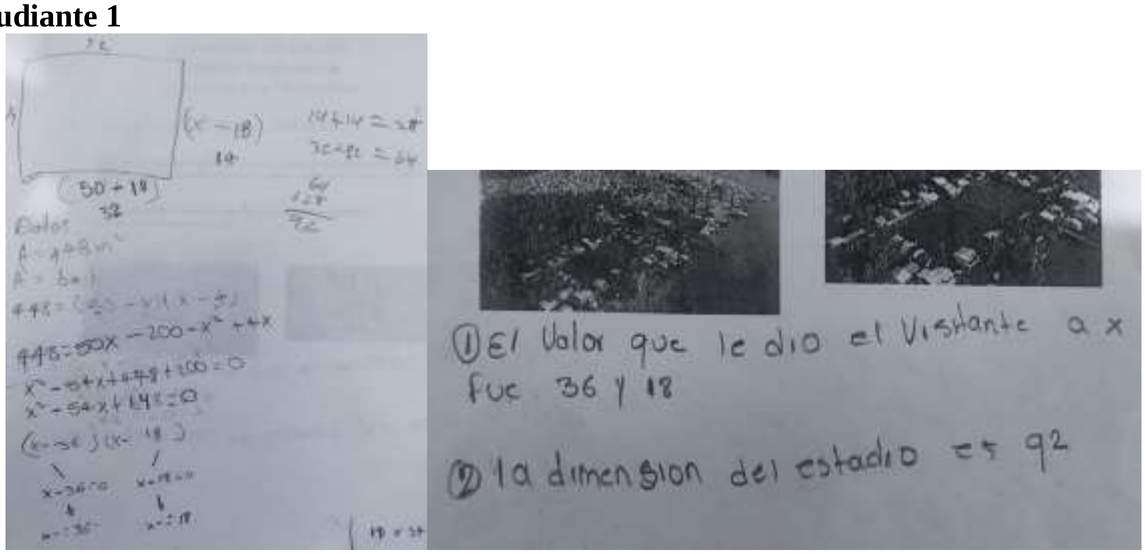
Fase 4: Validación

11. Validación de los resultados obtenidos.

<u>Para la validación de los resultados de la prueba de validación 1</u>, se tuvo en cuenta los resultados obtenidos, con base al proceso de comparación de los procedimientos y algoritmos involucrados en la Secuencia didáctica 1, con respeto al método de factorización para dar solución a una ecuación cuadrática.

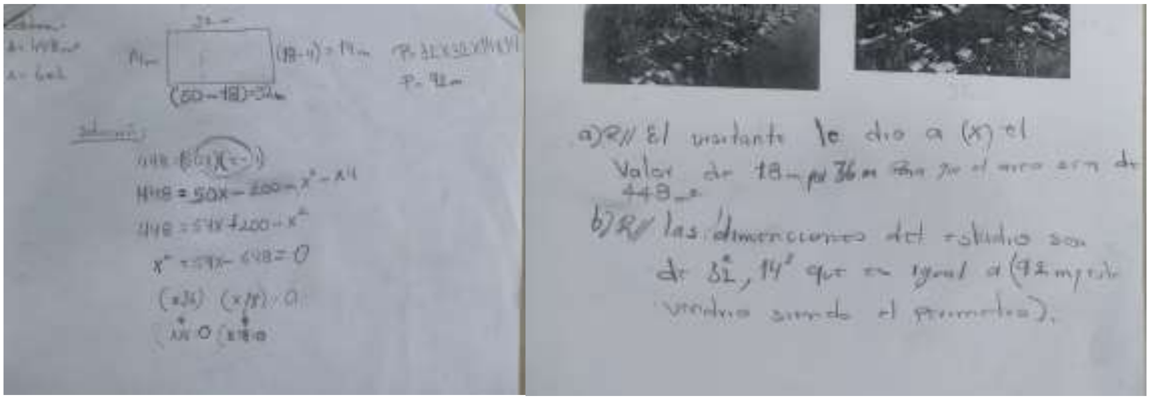
A continuación, se muestran los resultados obtenido por medio de los estudiantes en la prueba 1 con respeto al método de factorización de la forma $x^2 + bx + c = 0$ para la solución del problema.

Estudiante 1



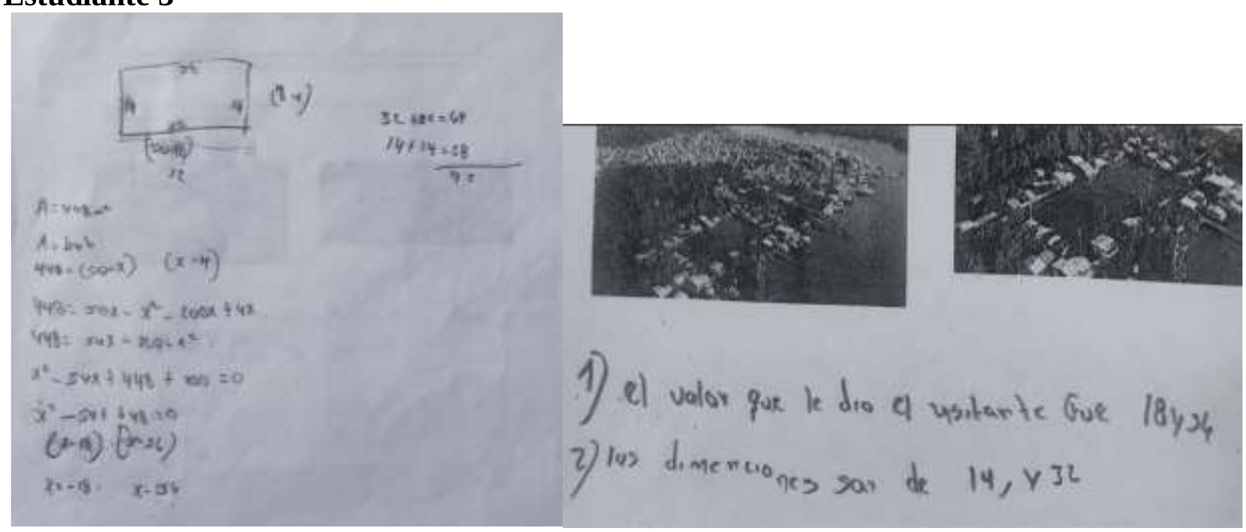
Estudiante 1: Resuelve de manera correcta el problema, es decir que aplica correctamente el caso de factorización como podemos observar. Además, le da respuesta a lo que pide el problema sin poner en metros las dimensiones. En cuanto a la respuesta 2, intuitivamente pone las dimensiones que son 14 y 32 obteniendo como resultado el perímetro 92.

Estudiante 2



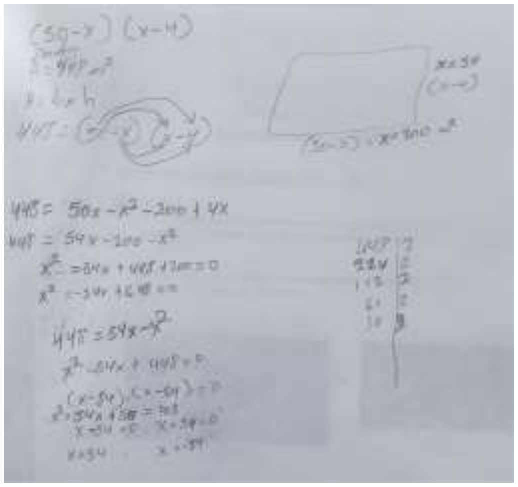
Estudiante 2: Comete un error procedimental a la hora de aplicar el caso de factorización no tuvo en cuenta los signos. Además, podemos observar que toma uno de los valores que le dio y lo reemplaza en las dimensiones que plantea el problema, obteniendo como resultado las dimensiones que son $14m$ y $32m$. Por otra parte, indica de manera clara y precisa su respuesta.

Estudiante 3



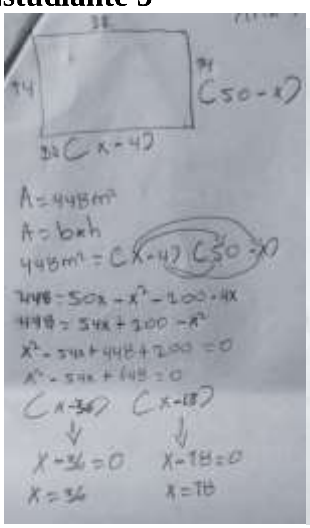
Estudiante 3: Tiene un error al despejar una de las variable x o teniendo como resultado un número negativo, pero al reemplazarlo en el rectángulo que él plantea pone el número 18 positivo, demostrando que no cae en cuenta sobre el error que cometió en el despeje. Por otra parte, el estudiante tiene claro el proceso que está realizando y a la vez resuelve de manera correcta las preguntas que plantea el problema, pero no describe las dimensiones en metros.

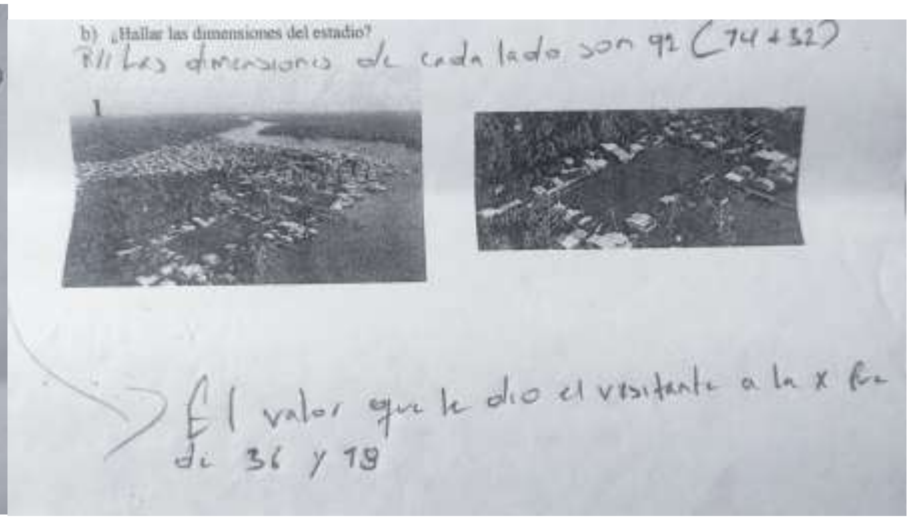
Estudiante 4



Estudiante 4: comete errores en el procedimiento a la hora de igualar a cero y es que pone dos iguale en la misma ecuación, como se observa en la imagen, pero a la mitad del proceso cuadra la ecuación de la manera correcta. También, se puede observar que el estudiante tiene un error en la factorización y que los valores que supone no son los correcto. Por lo que, el estudiante no es capaz de resolver el problema.

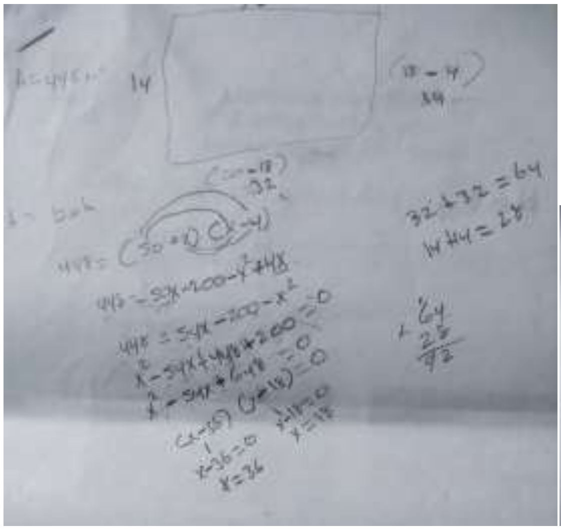
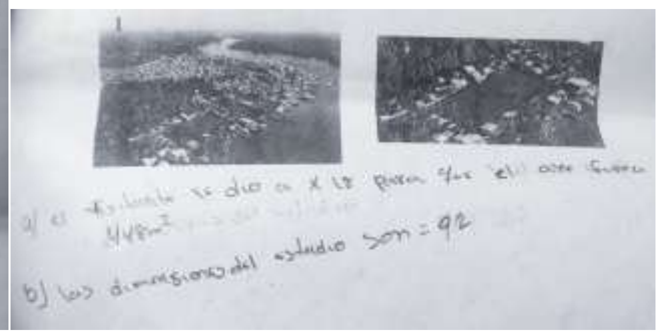
Estudiante 5





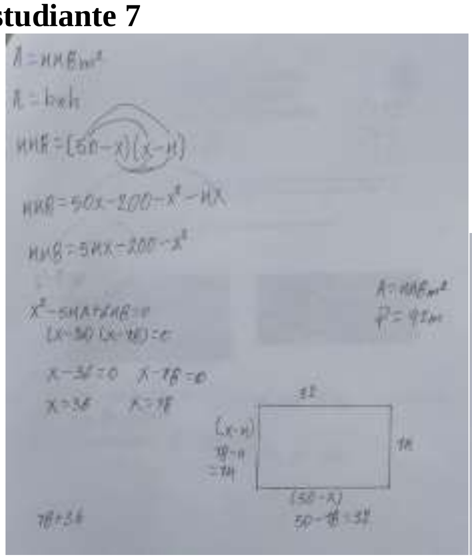
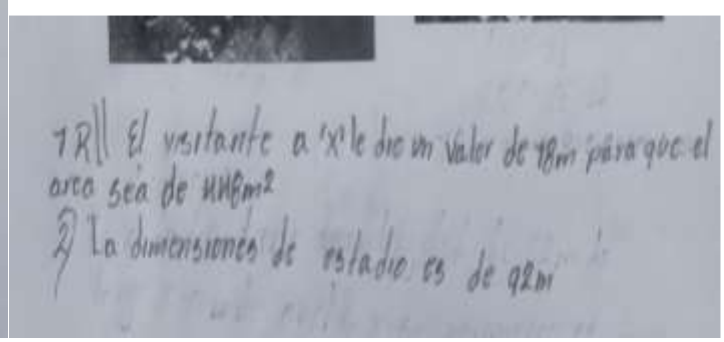
Estudiante 5: Resuelve de manera correcta el problema, es decir que aplica correctamente el caso de factorización como podemos observar. Además, le da respuesta al problema, pero no describe las dimensiones en metros.

Estudiante 6

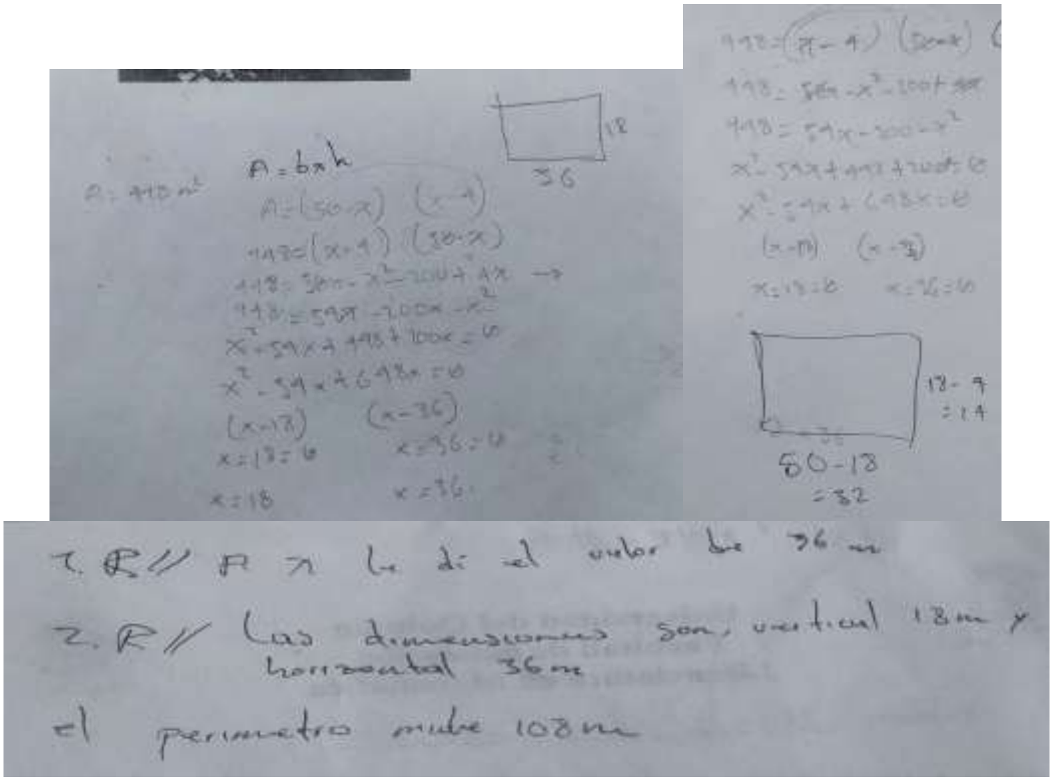
Estudiante 6: Resuelve de manera adecuada el problema, es decir aplica correctamente el caso de factorización, hay que recalcar que solo tiene en cuenta un valor, donde podemos analizar que toma ese valor, porque es el único valor que le representa de manera correcta la forma del rectángulo que él mismo plantea y con respeto a la pregunta 2, ya plantea las dimensiones como se observa en la imagen.

Estudiante 7

Estudiante 7: Resuelve de manera correcta el problema como se observa en la imagen, en cuanto a las respuestas dada por el estudiante de manera clara, podemos analizar que solo tomó un valor tal como lo planteó el estudiante 6, pero lo escribe de manera correcta. En cuanto a la pregunta dos ya tiene planteada las dimensiones que son $32m$ y $14m$, pero hace la suma total de los lados del rectángulo que es $92m$.

Estudiante 8



Estudiante 8: Podemos observar que resuelve el problema dos veces, pero de manera correcta, solo que en una supone que las dimensiones son los valores dados y en la segunda le da las dimensiones correctas, ya que es solo reemplazar uno de los valores dado para calcular dichas dimensiones. Con respeto a la respuesta uno toma un valor que es $36m$ lo que es correcto pero le faltó el otro valor y en cuanto a la segunda pregunta toma los valores dado por lo que la dimensiones planteada no son las correctas.

Tabla 5: Procedimientos

Procedimiento	Resultados
Propiedad del producto notable	Todos los estudiantes aplicaron de forma adecuada la propiedad del producto notable para resolver las ecuaciones cuadráticas.
Procedimientos algebraicos	Siete de los estudiantes resolvieron de forma correcta el procedimiento de la ecuación cuadrática. Además, en la parte procedimental algunos estudiantes presentaron problema al dejar la ecuación igualada a cero, dado que la igualaron dos veces.
Método de la forma $x^2 + bx + c = 0$	Solo 5 de los estudiantes resolvió de forma correcta la ecuación cuadrática, por medio del método de la forma $x^2 + bx + c = 0$. Algunas de las dificultades se dan en buscar dos números que multiplicado y sumado dieran los valores correspondientes, al despejar la

	variable conservan el mismo signo o aplican el caso de factorización sin tener en cuenta los signos.

Fuente: Elaboración propia.

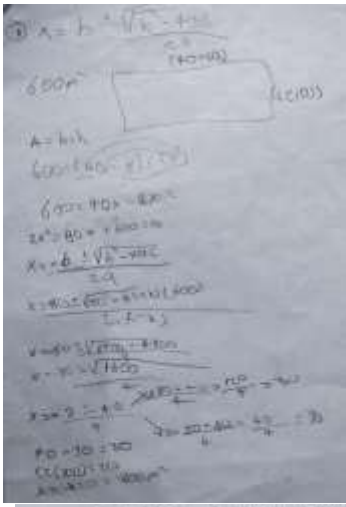
En relación con el problema planteado en la prueba a posteriori 1, en lo cual los estudiantes acuden a diferentes estrategias implementada por ellos para dar solución a la problemática se describe en la tabla 6 que se muestra a continuación:

Tabla 6: Resultado de la prueba a posteriori 1. Resolución de problemas

Paso para resolver el problema	Resultados
Comprender el problema	El 100% de los estudiantes comprendió la información necesaria para resolver el problema de manera adecuada.
Concebir un plan	El 100% de los estudiantes planteó de forma correcta las relaciones del área y los lados del estadio para llegar a la construcción de la ecuación con los datos dados del enunciado.
Ejecutar el plan	El 87% de los estudiantes resolvió correctamente la ecuación que permitía encontrar la solución del problema. Donde se utilizaron los casos de factorización como método para resolver la ecuación cuadrática. Además, se destacan algunos errores como se muestra en la tabla 5 en el procedimiento algebraico.
Revisar y comprobar	El 75% de los estudiantes validan de forma correcta sus respuestas con respeto al enunciado del problema.

Validación de los resultados de la prueba de validación 2, Para esta sesión se tomó en cuenta los resultados obtenidos, con base al proceso de comparación de los procedimientos y algoritmos involucrados en la Secuencia didáctica 2, con respeto a la fórmula general para dar solución a una ecuación cuadrática y el método gráfico habitual. A continuación, se muestran los resultados obtenidos por parte de los estudiantes de la prueba 2.

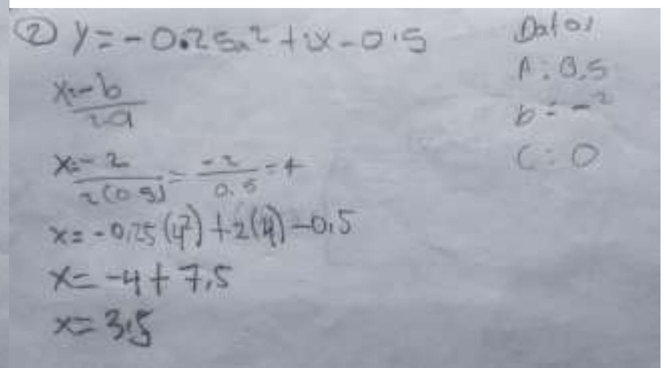
Estudiante 1



① $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

600m²

A = b·h



② $y=-0.25x^2+1x-0.5$

Datos
A: 0.5
b: -2
C: 0

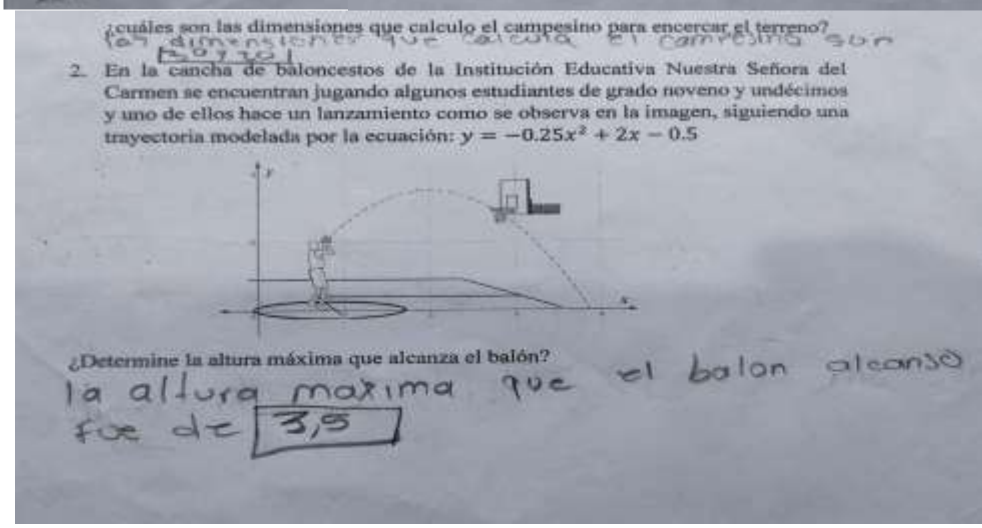
$x=\frac{-b}{2a}$

$x=\frac{-2}{2(0.5)}=\frac{-2}{0.5}=4$

$x=-0.25(4^2)+2(4)-0.5$

$x=-4+7.5$

$x=3.5$



¿cuáles son las dimensiones que calculo el campesino para encercar el terreno?

las dimensiones que calcula el campesino son 30 y 20

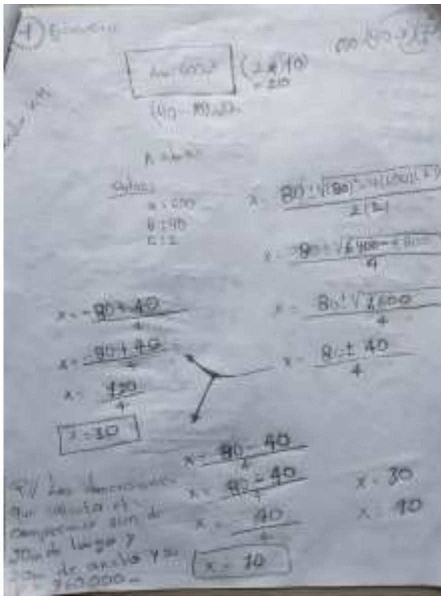
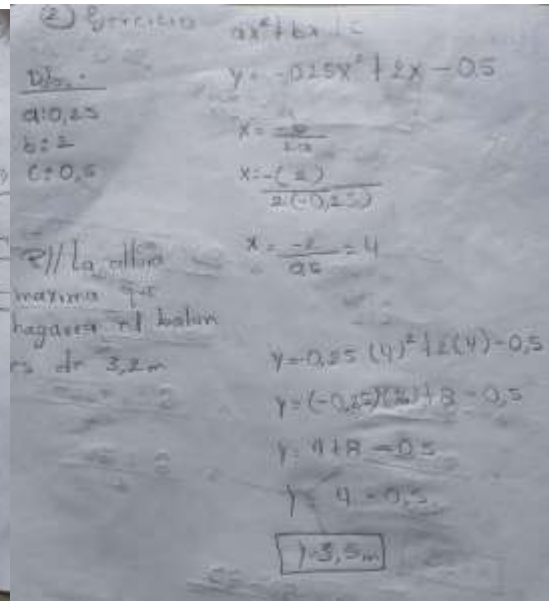
2. En la cancha de baloncestos de la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen se encuentran jugando algunos estudiantes de grado noveno y undécimos y uno de ellos hace un lanzamiento como se observa en la imagen, siguiendo una trayectoria modelada por la ecuación: $y = -0.25x^2 + 2x - 0.5$

¿Determine la altura máxima que alcanza el balón?

la altura maxima que el balon alcanso fue de $\boxed{3,5}$

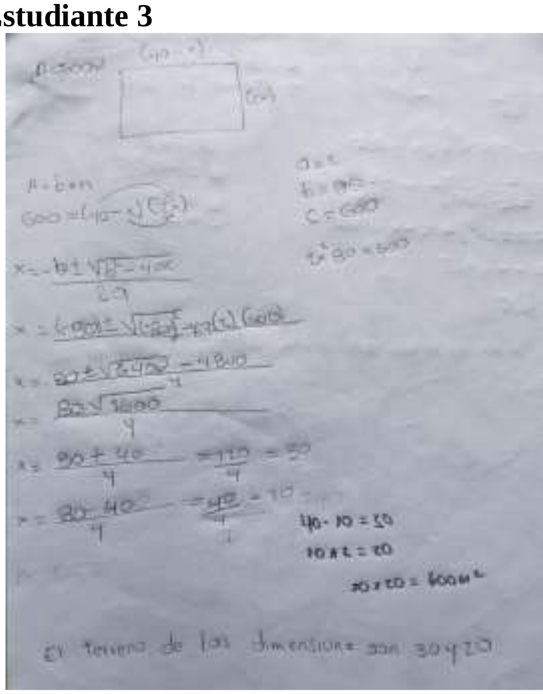
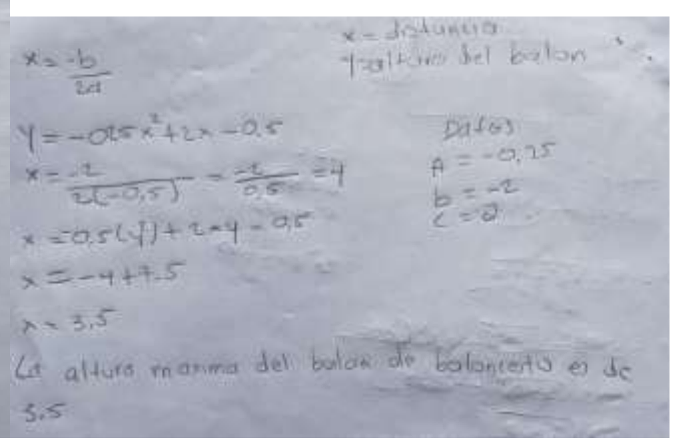
Estudiante 1: Resuelve de manera correcta el problema 1, es decir utiliza de forma adecuada la fórmula general y toma uno de los valores de x que cumple con las descripción del problema, obteniendo como dimensión del terreno 30 y 20. En el problema 2, se observó que el estudiante saca los datos antes de resolver el problema de manera correcta con la fórmula del vértice de la parábola, pero describe las respuestas sin los metros. Por otro lado omite el signo del coeficiente a se lo incluye al coeficiente b y el coeficiente c lo define como cero dado que en la fórmula no lo incluye.

Estudiante 2

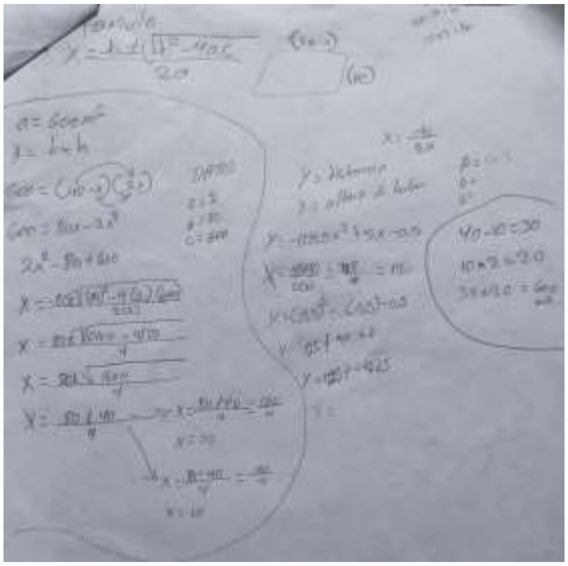
Estudiante 2: Comete varios errores y al final de la primera imagen el valor del perímetro dado es porque multiplicó los lados del rectángulo y no lo sumo, pero define las dimensiones de manera correcta. El problema 2, responde la pregunta de manera no adecuada, dado que calcula correctamente la altura máxima. Asimismo, al momento de sacar los dato omite el signo del coeficiente a y en el coeficiente c, pero al reemplazar en la fórmula del vértice de la parábola lo tuvo en cuenta. Por otra parte, comete un error procedimental, pero llega a la respuesta.

Estudiante 3

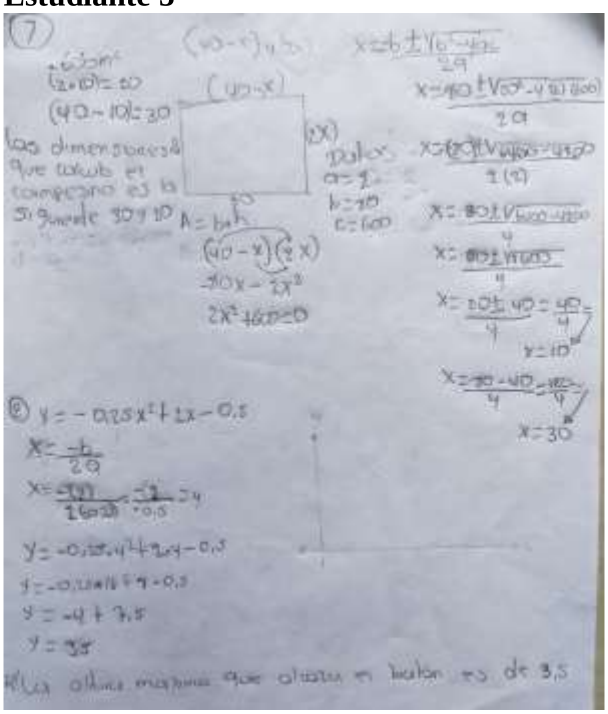
Estudiante 3: Resuelve el problema 1 y el problema 2 de manera adecuada. También, hay que tener en cuenta que define cada una de las variables, al igual que el estudiante 1; al coeficiente c lo define como cero por la fórmula del vértice de una parábola.

Estudiante 4



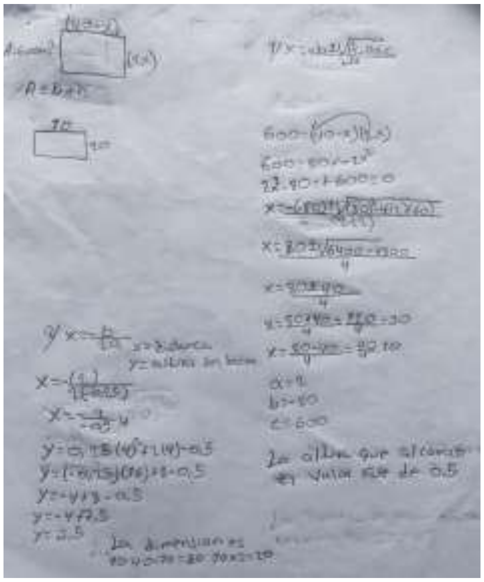
Estudiante 4: hace el procedimiento del problema 1 de manera adecuada dado que no iguala a cero la ecuación, además observamos que en la parte derecha de la imagen encierra las dimensiones del problema, pero no dio respuesta. Con respeto al problema 2, a la misma variable la define diferente y lo resuelve de manera errónea.

Estudiante 5



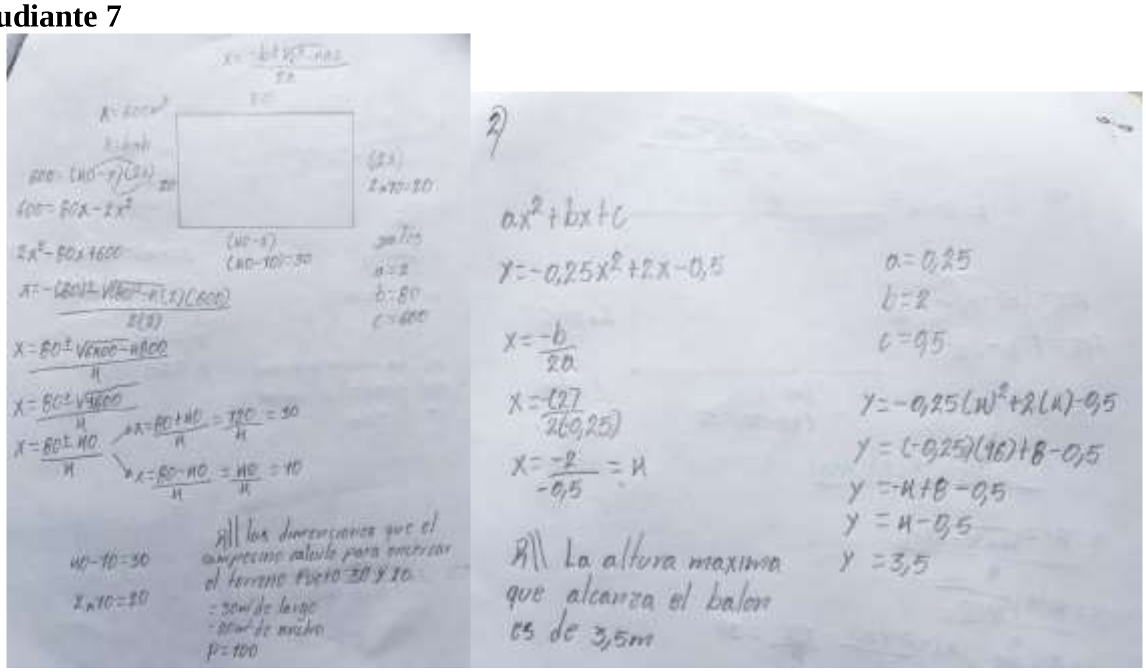
Estudiante 5: resuelve de manera correcta ambos problemas, aunque el proceso de la ecuación del problema 1 lo hace de forma diferente, dado que le falto en la ecuación el $-80x$.

Estudiante 6



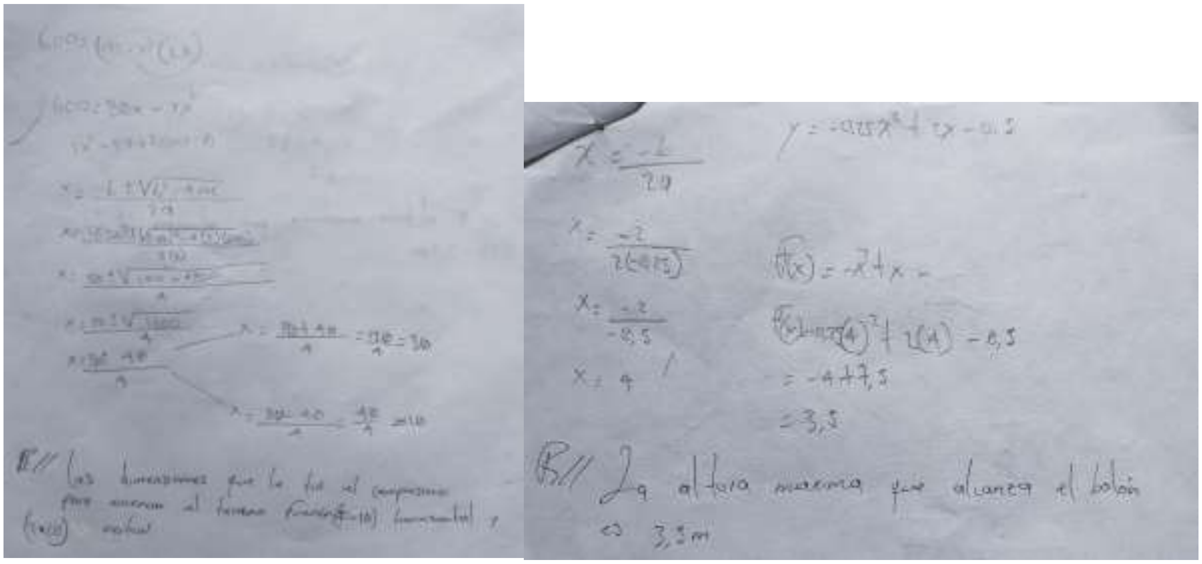
Estudiante 6: El problema 1 lo resolvió de manera adecuada, dado que la repuesta que da no es tan precisa. La pregunta del problema 2 da de forma errónea su repuesta, ya que calcula correctamente la altura máxima. Además, entre la pregunta 1 y 2 no tiene un orden.

Estudiante 7



Estudiante 7: Resuelve de manera correcta ambos problemas con sus respectivas preguntas, ya que el estudiante muestra un gran dominio con respecto al tema. Por otro lado en el problema 1 al tomar los datos de los coeficientes, no tiene en cuenta el signo del coeficiente b y sucesivamente en el problema 2 con los coeficientes a y c y por último le faltó igualar a cero el procedimiento de la ecuación.

Estudiante 8



Estudiante 8: Resuelve de manera correcta ambos problemas con sus respectivas preguntas, dado que al igual que el estudiante 7; muestra un gran dominio con respecto al tema. Cabe resaltar, la forma en que deja plasmada la respuesta del problema 1.

Tabla 7: Procedimientos

Procedimiento	Resultados
Procedimientos algebraicos	Solo 5 estudiantes resuelven de forma correcta el procedimiento para las ecuaciones cuadráticas dada por el problema 1. Además, algunos estudiantes cometen errores con los signos al tomar los datos de los coeficientes de la ecuación.
Fórmula general de la cuadrática	Todos los estudiantes aplican de forma correcta la fórmula general de la cuadrática para determinar las raíces de la misma. Donde tenía que tomar una de las dos raíces que satisficiera el problema 1.
Fórmula del vértices de una parábola "$x = \frac{-b}{2a}$"	Todos los estudiantes aplican de fórmula correcta $x = \frac{-b}{2a}$. Algunas de las dificultades se presentan en los procedimientos y en el uso de los signo, pero tiene claro lo que están realizando, solo un estudiante no obtuvo la respuesta correcta con la fórmula dado que aplica los datos incorrectos.

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 8 se presentan los resultados en relación con el problema 2 planteado en la prueba a posteriori 2, la cual la categoría que se basó para el análisis de este problema, fue el método de Polya.

Tabla 8: Resultado de la prueba a posteriori 2. Resolución de problemas

Paso para resolver el problema	Resultados
Comprender el problema	El 100% de los estudiantes comprendió la información necesaria para resolver el problema de manera adecuada.
Concebir un plan	El 100% de los estudiantes planteó de forma correcta la ecuación cuadrática que permitía resolver el problema con relación al enunciado.
Ejecutar el plan	El 87% de los estudiantes resolvió correctamente la ecuación, donde también se evidenció el uso de la fórmula general de la cuadrática para encontrar los valores de la variable y descartar una de las soluciones que no era válida para el problema.
Revisar y comprobar	El 62% de los estudiantes validan de forma correcta sus respuestas con respeto al enunciado del problema. Ya que el 38% de los estudiantes validan de forma incorrecta su respuesta.

Fuente: Elaboración propia.

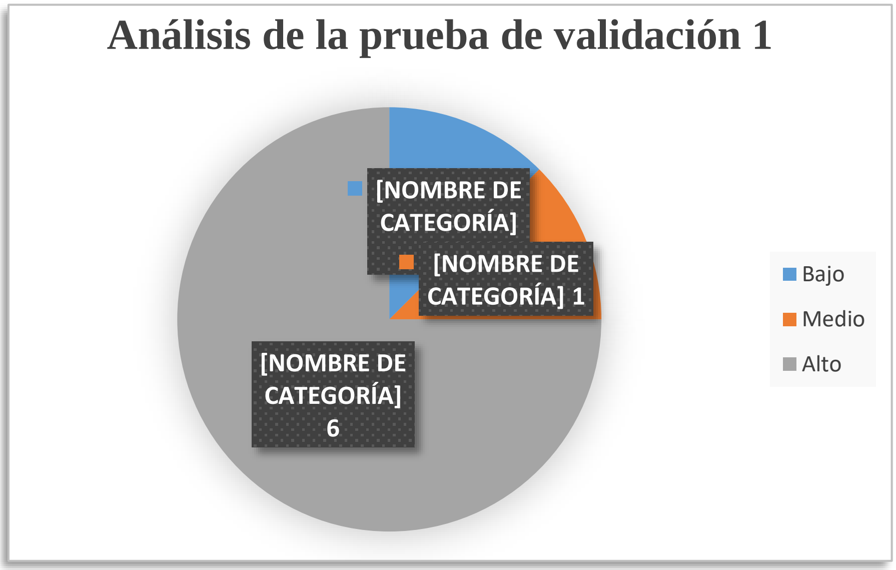
Análisis de la prueba a posteriori.
En este apartado se hace un análisis de cada una de las actividades propuestas después de cada una de la secuencia didáctica realizada, con el fin de evidenciar los resultados obtenidos por los estudiantes.

Prueba a posteriori 1:
A continuación, se presenta en la tabla 9 un análisis que nos permite mirar el desempeño en el que se encuentran cada uno de los estudiantes con las siguientes características: bajo, medio y alto. Por último, se realiza una gráfica porcentual. Por otra parte, la prueba a posteriori de la secuencia 1 consta de dos preguntas donde:

Bajo: 0 respuesta acertada.
Medio: 1 respuesta acertada.
Alto: 2 respuestas acertadas.

Tabla 9: Nivel de desempeño de la prueba de validación 1

Nivel de desempeño	N° Estudiante
Bajo	1
Medio	1
Alto	6
Total	8



Fuente: Elaboración propia.

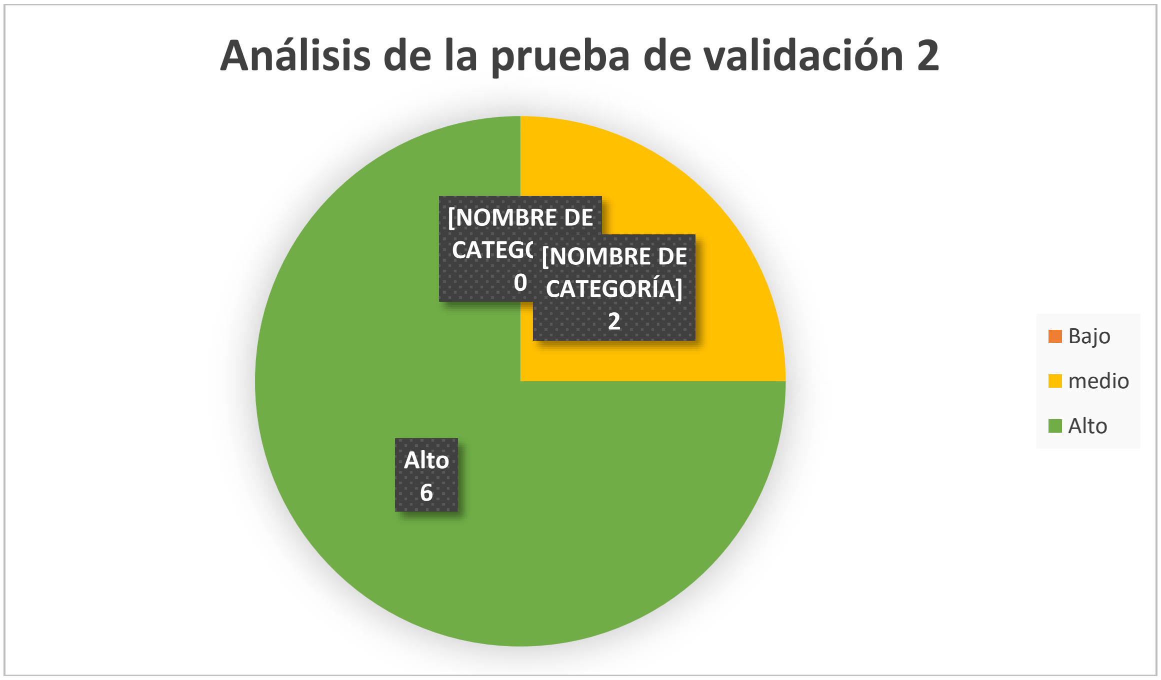
Con respecto al analizar de la gráfica de la prueba 1 los resultados alcanzados y desempeño por parte de los estudiantes, se observa que 6 estudiantes resolvieron de manera correcta el problema, 1 de los estudiantes resolvió de manera correcta uno de las preguntas y 1 de ellos tuvo un desempeño bajo, esto debe a que no resuelve el problema de manera correcta.

Prueba a posteriori 2:
En la tabla 10 se hace un análisis con el fin de mirar el desempeño de cada uno de los estudiantes con las siguientes características: bajo, medio y alto. Por último, se realiza una gráfica porcentual. Además, la prueba a posteriori de la secuencia 2 consta de dos problemas donde:

Bajo: 0 respuesta acertada.
Medio: 1 respuestas acertada.
Alto: 2 respuestas acertadas.

Tabla 10: Nivel de desempeño de la prueba de validación 2

Nivel de desempeño	N° Estudiante
Bajo	0
Medio	2
Alto	6
Total	8



Fuente: Elaboración propia.

podemos describir los resultados y el buen desempeño obtenido por parte de los estudiantes a través de la prueba 2, se analizó que 2 de los estudiantes resolvieron de manera correcta un problema y 6 de los estudiantes resolvieron de manera correcta los dos problemas.

12. Confrontación entre la prueba diagnóstica y las pruebas a posteriori

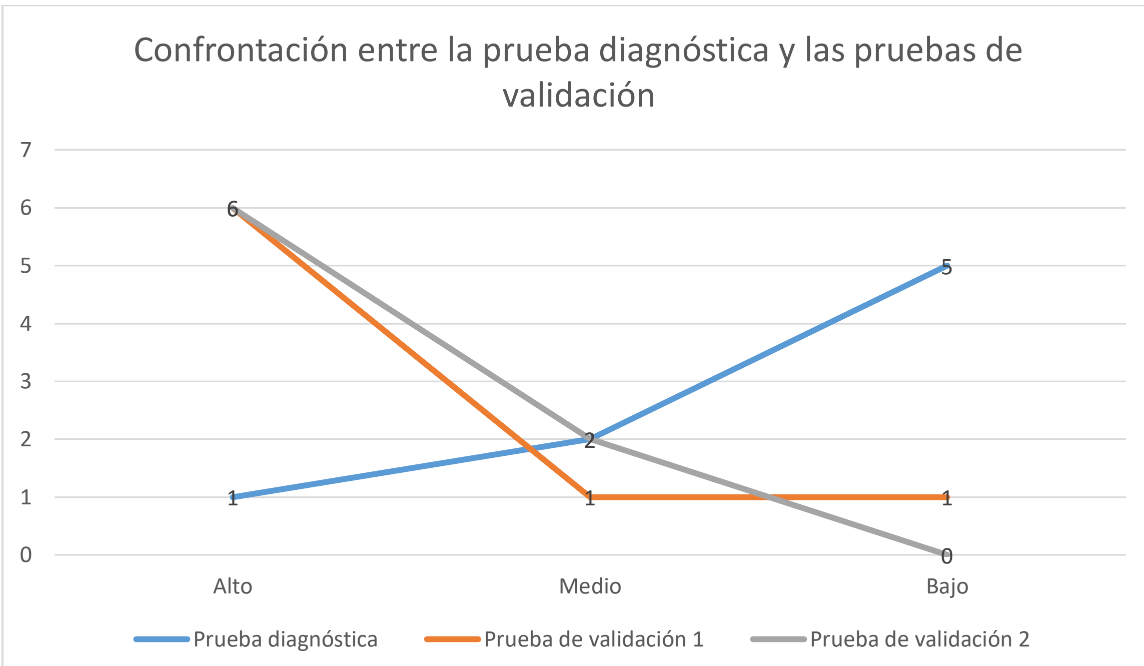
En este apartado se describen los resultados obtenidos por medio de la prueba diagnóstica y la prueba de cada una de las secuencias didácticas a través de un análisis cualitativo como se muestra en la tabla 8.

Tabla 11: Confrontación entre la prueba diagnóstica y a posteriori

Actividades de aprendizaje	Resultados
Prueba diagnóstica	A partir del análisis de la prueba diagnóstica el nivel de desempeño que se obtuvo fue de 5 estudiantes, lo cual nos permitió deducir que algunos estudiantes no tienen concebido el concepto de las ecuaciones cuadráticas.
Prueba de validación 1	En el análisis de la prueba de la secuencia didáctica 1, se obtuvo que 6 estudiantes en nivel alto, demostrando un buen desempeño en los métodos de la factorización, en el nivel medio 1 ellos interpreta mal el problema y en

	el nivel bajo solo 1 de ellos tiene problema en el procedimiento algebraico.
Prueba de validación 2	En el análisis de la prueba de la secuencia didáctica 2, se obtuvo que 6 de los estudiantes comprende las representaciones gráficas y verbales del problema y en el nivel medio 2 de ellos no logra comprender bien el problema.

Fuente: Elaboración propia.



Partiendo de un análisis comparativo, podemos observar en la gráfica anterior, que el nivel <u>alto</u> a comparación de la prueba diagnóstica y las pruebas de validación hubo un incremento de 6 estudiantes en ambas pruebas, mientras que en el nivel <u>medio</u> se disminuye en la prueba 1 debido que fue un estudiante, con respecto a la prueba 2, se mantiene la misma cantida de estudiante que la prueba diagnóstica tal como se observa en el grafico anterior y en el nivel <u>bajo</u>, pasó de 5 estudiantes a 1 en la prueba 1 y en la prueba 2 pasó a 0 estudiantes. Por lo que, se refleja un incremento en la comprensión y solución de los problemas realizados por parte de los estudiantes en el desarrollo y mejora en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas desde la resolución de problemas en contexto.

- Por otra parte, la Situaciones Didácticas desarrolladas en cada sesión, permitió de manera concisa el aprendizaje del concepto de las ecuaciones cuadráticas, debido que las 4 etapa de la teoría aporta al aprendizaje de forma autónoma en cada estudiante, logran superar aquellas dificultades en un porcentaje significativo. Además, muestran dominio en los métodos de solución y en la resolución de problemas que se puede modelar por medio de las ecuaciones cuadráticas.

En este apartado se confrontan por el método de George Polya la prueba diagnóstica y las pruebas a posteriori, como se muestra en la tabla 12 y 13:

Tabla 12: Método de George Polya. Prueba diagnóstica y la prueba de validación 1

Paso para resolver el problema		**Resultados**	
Sección	**Prueba diagnóstica con base al problema #2**	**Prueba de validación 1**	**Confrontación**
Comprender el problema	5 de los estudiantes no logran comprender el problema, en cambio 3 de ellos comprenden la información necesaria para resolver las situación problema de manera adecuada.	Los 8 estudiantes comprendió la información necesaria para resolver el problema de manera adecuada.	Podemos validar que los estudiantes logran comprender el problema, dado que lo interiorizaron de manera clara y concisa.
Concebir un plan	6 de los estudiantes concibe un plan para resolver el problema, por el método de ensayo y error o tanteo dado que no tienen concebido el concepto de las ecuaciones cuadráticas.	Los 8 estudiantes planteó de forma correcta las relaciones del área y los lados del estadio para llegar a la construcción de la ecuación con los datos dados en el enunciado.	Los estudiantes tienen la destreza de visualizar y tener en cuenta los procedimientos que debe realizar para afrontar el problema, esto se debió a la capacidad que tuvieron la hora de desenvuelve ante una situación.
Ejecutar el plan	Solo 3 de los estudiantes encuentra la solución de la situación, tomando decisiones para dar validez de acuerdo a la información dada por el problema.	7 de los estudiantes resolvió correctamente la ecuación les permitió encontrar la solución del problema. Donde se utilizó los casos de factorización como método de una ecuación cuadrática.	Los estudiantes muestran aprehensión al concepto de las ecuaciones cuadráticas, dado que logran construir la ecuación del problema con los datos suministrado por la situación y dar

			solución por medio de los casos de factorización.
Revisar y comprobar	3 de los estudiantes comprueba la validez del problema 1 y 2 de manera pertinente, su respuesta en relación con el enunciado.	6 de los estudiantes validan de forma correcta sus respuestas con respeto al enunciado del problema.	Los estudiantes obtuvieron un aprendizaje significativo en los casos de factorización.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 13: Método de George Polya. Prueba diagnóstica y la prueba de validación 2

Paso para resolver el problema		Resultados	
Sección	**Prueba diagnóstica Con base al problema #3**	**Prueba de validación 2**	**Confrontación**
Comprender el problema	7 de los estudiantes no logran comprender el problema de manera clara y solo 1 de los estudiante logra interiorizar el problema de forma clara.	Los 8 estudiantes comprendió la información necesaria para resolver el problema de manera adecuada.	Podemos validar con respecto a la prueba diagnóstica y la prueba 2, los 8 estudiantes logran comprender de manera clara y concisa el problema.
Concebir un plan	1 de los estudiantes concibe un plan para resolver el problema, dado que se le están dando los datos de la ecuación y es reemplazar los datos correspondientes con base a las preguntas.	Los 8 estudiantes plantearon de forma correcta la ecuación cuadrática que permitía resolver el problema con relación al enunciado.	Los estudiantes tienen la destreza de visualizar y tener en cuenta los procedimientos que debe realizar para afrontar un problema y esto se debió a la capacidad que adquiere el estudiante a la hora de enfrentarse ante una situación problema.
Ejecutar el plan	1 de los estudiantes encuentra la solución de la situación, tomando decisiones para dar validez de	7 de los estudiantes resolvió correctamente la ecuación, donde también se evidenció el uso de la fórmula	Los estudiantes muestran aprehensión al concepto de las ecuaciones cuadráticas, dado que logran

	acuerdo a la información dada por el problema.	general de la cuadrática para encontrar los valores de la variable y descartar una de las soluciones que no era válida para el problema.	construir la ecuación del problema con los datos suministrado por la situación y dar solución por medio de la fórmula o método gráfico de los vértices de una parábola.
Revisar y comprobar	3 de los estudiantes comprueba la validez del problema 1 y 2 de manera pertinente, su respuesta en relación con el enunciado.	5 de los estudiantes validan de forma correcta sus respuestas con respeto al enunciado del problema. Ya que solo 3 de los estudiantes validan de forma incorrecta su respuesta.	Los estudiantes alcanzaron un aprendizaje significativo en la fórmula general para hallar los vértices de la gráfica de una cuadrática.

Fuente: Elaboración propia.

- Partiendo desde la resolución de problemas, los estudiantes obtuvieron un aprendizaje significativo dado que los problemas aplicados en su contexto social, fue una pieza clave para el desarrollo de cada uno. Además, el aprendizaje del concepto de ecuación cuadrática fue de manera efectiva, dado que cada estudiante potenció de manera individual sus habilidades y estrategia. Ya que, al enfrentarse con algo nuevo, logran de manera significativa un buen desempeño en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas.

13. Conclusiones y recomendaciones

Con base a los resultados obtenidos por medio de la prueba diagnóstica y la prueba de validación realizada en cada una de las secuencias didácticas, se llega a las siguientes conclusiones:

- En los resultados obtenidos por medio de la prueba diagnóstica, se evidencio que los estudiantes no están familiarizado en la confrontación de problema, dado que tienen presente aquellas nociones. Además, se evidenció que trabajan de forma mecánica lo memorizado en clase con la orientación del docente dejando en un lado el aprendizaje significativo. Así mismo, se busca que el estudiante logre comprender el concepto y algoritmo de las ecuaciones cuadráticas.

- Con respecto a los resultados de la secuencias didácticas, los estudiantes experimentan y potencian aquellas habilidades que se requiere a la hora de enfrentarse a una situación problema, gracias al acompañamiento por parte de profesor investigador durante el desarrollo y las intervenciones de cada una de las actividades, logran aportar de forma sustancial en el aprendizaje significativo, dado que se abordaron diferentes métodos y recursos para el análisis y los resultados que fueron muy positivo por parte de los estudiantes.

- Los resultados alcanzados por medio de la intervención, se observó que los estudiantes aprenden cuando este se enfrenta a una situación problema, de manera que cobra sentido para él cuando está relacionado a su contexto social. Por otra parte, podemos concluir que los ejercicios que se desarrollaron en cada unas de las actividades, permite que el estudiante aprenda de forma mecánica, esto se logró visualizar por medio del análisis de cada una de las intervenciones realizadas por el profesor investigador por lo que se ocurre aplicar una situación problema al final de cada secuencia, donde el estudiante logra tener un aprendiizaje del objeto matemático de la investigación.
- Los resultados obtenidos, en función de la evaluación, los estudiantes tuvieron un buen desempeño académico. Además, logrando comprender el concepto de las ecuaciones cuadráticas, los estudiantes aplican correctamente los métodos abordados en cada una de las actividades. También se debe agregar, que la situación problema que ellos resolvieron por medio de las Situaciones Didácticas, permitió el aprendizaje del objeto matemático y por medio de los 4 pasos de Polya los estudiantes potencian nuevas estrategias y habilidades, para abordar problemas de tipo cuadrático. Donde podemos concluir, que el aprendizaje del estudiante se da, cuando estas son intencionadas por el docente y por su medio social.

- En la confrontación entre la prueba diagnóstica y la prueba de confrontación, los estudiantes tuvieron un buen desempeño académico, de manera que logran superar aquellas dificultades arrojadas en la prueba diagnóstica, reflejando una mejora en la comprensión del objeto matemático, validando de manera significativa el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas.

Recomendaciones

Además, fuera de las conclusiones, también es necesario algunas consideraciones, para futuras investigaciones y lectores:

- Se recomienda trabajar con los Registros de Representación Semiótico de (Duval, 1994), ya que tiene mucho impacto en el aprendizaje del concepto de las ecuaciones cuadráticas, dado que nos permite movilizarnos por las diferentes representaciones como: simbólicas, verbal, visual, numérica, gráfica y representaciones algebraicas. Donde el enfoque de representación semiótica, ayuda al estudiante a comprender los diferentes procesos y herramientas para abordar un problema en diferente perspectiva, facilitando la comprensión y resolución de las matemáticas.

14. Consideraciones éticas y bioéticas

Este proyecto es técnico y éticamente correcto, dado que se presenta un consentimiento por parte de los estudiantes, padre de familia y docentes que participen en esta investigación, dado que la información que se tendrá en cuenta para la implementación de este estudio se manejara bajo discreción para no revelar las identidades de los participantes bajo la seguridad e integridad como lo refiere los artículos 15 y 44 de la Constitución Política de Colombia.
Esta propuesta no presenta conflictos de interés, ya que esta es un aporte a la ciencia de la educación que tiene como estrategia potenciar habilidades en el aprendizaje para resolver problemas en contexto que involucran las ecuaciones cuadráticas.

Reconocimientos

Al grupo de Investigación en Educación Matemática GEMAUQ,

Al Semillero de Investigación en Educación Matemática SIEM

Referencias bibliográficas

Aldana Luna, F. C., & Morales Arana, C. D. (2020). Influencia de la estrategia de trabajo colaborativo l - 2 - 4 en el logro de aprendizaje de ecuaciones cuadráticas en estudiantes del primer semestre de la Universidad Continental 2018-20. *tesis*.

Alfaro Carvajal, C., & Fonseca Castro, J. (2016). La teoría de los campos conceptuales y su papel en la enseñanza de las matemáticas. *The conceptual fields theory and its role in Mathematics Education*, 5.

Arrevillaga Cevallos, D. L., Cañas De Garcia, L. M., Garcia Cruz, G. A., Linares Aguilar, I. C., & Martines Reyes, F. A. (2019). Estrategias metodológicas en la enseñanza del álgebra para desarrollar la competencia comunicación con el lenguaje matemático referido en el programa de estudio de séptimo grado. . *Trabajo de grado*, 11.

Barrera Mora, F. (2000). La importancia de las representaciones geometricas en la solución de ecuaciones cuadráticas y cúbicas. *Centro de investigación de fisica y Matemáticas-IPN, méxico*.

Benjamín Tax Tax, E. (2014). Método holístico y aprendizaje de ecuaciones cuadráticas (Estudio realizado en el grado de tercero básico, sección "A", de la Escuela Nacional Normal Rural de Occidente "Guillermo Ovando Arriola", cabecera departamental de Totonicapán)". *Tesis de grado*, 23-86.

Bisquerra Alzina, R. (2009). Metodología de la investigación educativa. (2, Ed.)

Brousseau, G. (1986). Teoría de las situaciones didácticas.

Brousseau, G. (1999). Educación y Didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática,*, 5-38.

Castillo Vargas, D. C. (16 de Noviembre de 2021). El aprendizaje de la ecuación cuadática a través del enfoque de resolución de problemas. *Trabajo de gr*, 16-18.

Chacón, G., & I. (2000). Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático. Madrid, España: Narcea.

Chavarría, J. (2006). Teoría de las Situaciones Didácticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*.

Cruz Mendoza, E. (Noviembre de 2008). Diseño de una secuencia didáctica, donde se generaliza el método de factorización en la solución de una ecuación cuadrática. *Centro de investigación en ciencia aplicada y tecnologica avanzada del IPN unidad legaria*, 7-18.

Dalcín, M., & Olave, M. (2007). Ecuacines de segundo grado: su historia. *20*(150-155).

Del valle Coronel, M., & Curotto, M. M. (2008). La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje. *Resvista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 7*.

Erazo Hurtado , J. D., Aldana Bermúdez, E., & Gutiérrez Zuluaga, H. (2017). Resolución de problemas en matemáticas. *Libro*, 4-85.

Escobar, J. (18 de 1 de 2022). *Radio nacional de colombiana*. Obtenido de MI PAIS: https://www.radionacional.co/noticias-colombia/rescatan-menor-en-operativo-militar-en-narino

Federación de Enseñanza de CC.OO. de Andalucía. (Mayo de 2009). Temas para la Educación. *Revista digital para profesionales de la enseñanza, N° 2*.

Gustin Ortega, J., & Avirama Gutierrez, L. (2014). Una propuesta para la enseñanza de la ecuación cuadrática en la escuela a través de la integración del material manipulativo. *Trabajo de grado*.

I, Figueroa, J., & Suescún Diaz, D. (diciembre de 2011). Dificultades y errores que presentan los estudiantes de los grados décimo y undécimo de los colegios de Cali al resolver un problema de olimpiadas. *Scientia Et Technica, XVI*(49), 174-179.

Juidías Barroso, J., & Rodríguez Ortiz, I. R. (Enero-Abril de 2007). Dificultades de aprendizaje e interveción psicopedagógica en la resolución de problemas matematicos. *Revista de Educación*, *342*, 257-286.

Mansilla, C., & Vega, N. (2003). Enfoques geométricos a ecuaciones de segundo grado en otros tiempos y lugaress. *Educación Matemática*.

Marshall , S. (1989). Affect in Schema Knowledge: Source and Impact. En D. McLeod y.

Martinez Granados, A. M. (2022). Método alternativo para la enseñanza de ecuaciones de segundo grado.

Marulanda Mejía, E. L. (2018). Ayudas hipermediáles dinámicas (AHD) para la enseñanza de ecuaciones cuadráticas, con estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Luis Arango Cardona de la ciudad de la Tebaida Quindío.

Mateo Jerónimo, M. M. (2018). Dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas de ecuaciones de primer grado con una incógnita en segundo básico. *Tesis de grado, .*

Mejia Delgado, E. (1 de 5 de 2020). *Trayectoria del Baloncesto Ecuación Cuadrática. Obtenido* . Obtenido de Youtube: https://www.youtube.com/watch?v=pDG6Mm-whas

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicocos de Competencias en Matemáticas. *Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!*, 46 - 79.

MInisterio de Educación Nacional. (2018). Lineamientos curriculares. *Educación*. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/portal/micrositios-preescolar-basica-y-media/Direccion-de-Calidad/Referentes-de-Calidad/339975:Lineamientos-curriculares

Monero, C., Castelló, M., Clariana, M., Palma, M., & Pérez, M. (1995). Estrategias de Enseñanza y aprendizaje. *Formación del Profesorado y Aplicación en la Escuela, 2*.

Nacional, M. d. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje para el área de las matematicas.

Ortiz Ocaña, A. (2015). Enfoques y métodos de investigación en las ciencias humanas y sociales.

Otero Calviño, B., & Rodriguez Luna, E. (2016). Un modelo para diseñar actividades de aprendizaje en la enseñanza de ingenieria. *REDU Revista de docencia Universitaria, 14(2)*, 79-94.

Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. *Libro*.

Ramírez Ramírez, M., Sánchez Sánchez, D., Angel Romay, M., & Sarid Sismai, Z. (04 de 05 de 2021). Bachillerato general estatal "Rafael Ramirez". *Revista de apoyo*, 4.

Ramírez, C. A. (2015). Diseño de herramientas que fomentan el aprendizaje de matemáticas con ayuda de Mathematica 10.

Sarmiento Santana, M. (2007). La enseñanza de las matemáticas y las Ntic una estrategia de formación permanente. *Universitat Rovira | Virgili*.

Silva, J. M., & Lazo, A. (2006). *Fundaméntos de matemáticas* (Vol. Séptima edición). México, México: Limusa, S.A. DE C.V.

Stake, R. E. (2005). Qualitative case studies. (L. Y. En: Denzin NK, Ed.) *The handbook of qualitative research., CA: Sage; 443- 66.*

Tejada Romaní, M. M. (2021). Manual de investigaciones con fines de graduación y titulación.

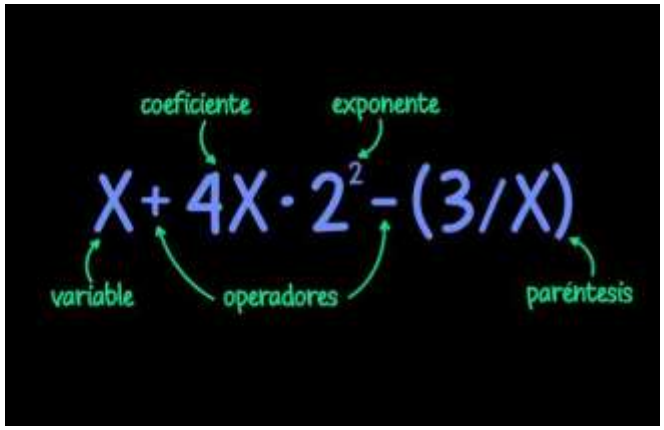
Vera Morales, A. A. (2019). Las técnicas lúdicas en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas. *Proyecto de Grado*, 1-179.

Zita Fernandes, A. (2022). *Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado. Toda materia*. Obtenido de https://www.todamateria.com/ecuaciones-cuadraticas-de-segundo-grado/

A. Introducción al concepto algebraico

INTRODUCCIÓN AL CONCEPTO ALGEBRAICO	
Objetivo	Realizar operaciones básicas con expresiones algebraica y desarrollar algunos productos notables como el cuadrado de un binomio.
Variable didáctica	• Expresiones algebraicas • Productos notables
Procedimiento metodológico	• **Pensamiento numérico y sistemas numéricos** Resuelvo problemas y simplificó cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos. • **Pensamiento espacial y sistemas geométricos** Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas. • **Pensamiento métrico y sistemas de medidas** Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos. • **Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos** Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones cuadráticas. **¿Qué es una expresión algebraica?** Una expresión algebraica es un conjunto o combinación de números y letras relacionados entre sí por operaciones básicas como la suma, resta, multiplicación, división, potenciación y

radicación.



Fuente: Revista de apoyo

¿Qué es un lenguaje algebraico?
Son aquellas expresiones que se puede expresan de forma textual y se lleva al lenguaje algebraico como lo simbólico o numérico.
Ejemplo:

a) El doble de un número más en diez.

b) El triple de la suma entre un número más cuatro.

Actividad: En cada caso, hallar el número que cumple:

- Encontrar tres números consecutivos que sumen 36

Términos semejantes:
Definición: Término semejante son aquellos términos que tienen las mismas variables con los mismos exponentes.
Ejemplos:

a) $2m^2n, 5m^2n, 0m^2n, \frac{1}{2}m^2n\ son\ terminos\ semajantes$
b) $5xy^2, 3x^2y, 4x^2y^2\ no\ son\ terminos\ semejantes$

Reducir términos semejantes consiste en sumar o restar los coeficientes numéricos conservando el factor literal que tienen en común. Para ello, puedes seguir estos pasos:
1° Identifica aquellos términos que sean semejantes.
2° Agrúpalos según su factor literal y resuelve las operaciones correspondientes.

Actividad: Identifica los términos que sean semejantes encerrándolos con un color y reduce las siguientes expresiones algebraicas.

a) $3x - 7ys - x - 6ys$

b) $\frac{2}{5}xy^2 + 8x^2 - 3xy^2$

Productos notables

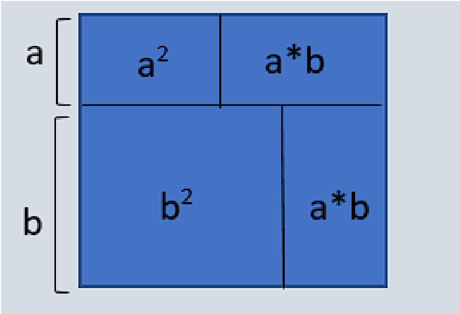
Una expresión algebraica que aparece con frecuencia y que puede someterse a una factorización a simple vista. por lo tanto, se denomina producto notable. Un binomio cuadrado y el producto de dos binomios conjugados son ejemplos de productos notables.

Ejemplo:

El producto notable

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) * (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a} * \boldsymbol{a} + \boldsymbol{a} * \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a} * \boldsymbol{b} + \boldsymbol{b} * \boldsymbol{b}$$
$$= \boldsymbol{a^2} + \boldsymbol{2ab} + \boldsymbol{b^2}$$

Forma geométrica



Fuente: Elaboración propia

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Ahora, un binomio al cuadrado es igual al cuadrado del primer término, más el doble producto del primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo término.

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a^2} + \boldsymbol{2ab} + \boldsymbol{b^2}$$

$$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a^2} - \boldsymbol{2ab} + \boldsymbol{b^2}$$

Ejercicios:

$(2x - 3)(5x - 2)$

$(6x - 3)^2 = (\quad)^2 - 2(\quad)(\quad) + (\quad)^2$

$(x + 9)^2$

B. Anexo: Secuencia didáctica 1

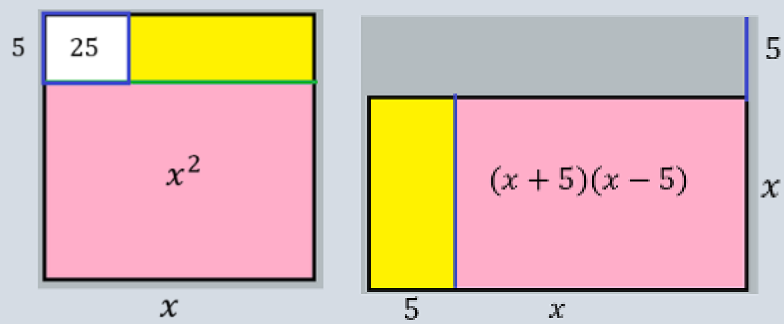
SECUENCIA DIDACTICA DE ENSEÑANZA – ECUACIONES CUADRATICAS	
COMPONENTE	**INDICADORES**
Objetivo	Movilizar a los estudiantes a resolver situaciones problemas en contexto matemático real, haciendo uso de la factorización como método de una ecuación cuadrática.
Variable didáctica	• Método de factorización
Gestión de clase	• Conceptos previos, intervención a la prueba diagnóstica planteada en la investigación. • Adquisición del concepto de las expresiones algebraicas y los casos de factorización.
Procedimiento metodológico	• **Pensamiento numérico y sistemas numéricos** Resuelvo problemas y simplificó cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos. • **Pensamiento espacial y sistemas geométricos** Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas. • **Pensamiento métrico y sistemas de medidas** Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos. • **Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos** Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones cuadráticas. **Factorización** La factorización permite descomponer una expresión algebraica o polinomio de una manera más simple la expresión de un número entero a partir del producto de sus divisiones.

	Factorización de trinomio cuadrado perfecto Un trinomio es un cuadrado perfecto si es el cuadrado de un binomio. Ejemplo $$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^{\mathbf{2}}=\boldsymbol{a}^{\mathbf{2}}+\mathbf{2}\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^{\mathbf{2}}$$ $$(\boldsymbol{ax}-\boldsymbol{b})^{\mathbf{2}}=(\boldsymbol{ax})^{\mathbf{2}}-\mathbf{2}(\boldsymbol{ax})\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^{\mathbf{2}}=\boldsymbol{a}^{\mathbf{2}}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}-\mathbf{2}(\boldsymbol{ax})\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^{\mathbf{2}}$$ Consideremos el trinomio $\boldsymbol{a}^{\mathbf{2}}+\mathbf{2}\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^{\mathbf{2}}$ y describamos el proceso para factorizar un trinomio cuadrado perfecto 1. Se colocan enfrente del trinomio espacio con paréntesis para colocar los factores que serán dos binomios multiplicados. Es decir: $$\boldsymbol{a}^{\mathbf{2}}+\mathbf{2}\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^{\mathbf{2}}=(\qquad)(\qquad)$$ 2. Se factoriza el primer término del trinomio $a^2=a*a$ o de la forma $\sqrt{a^2}=a$, donde se coloca a como primer factor en cada binomio: $$a^2+2ab+b^2=(a\qquad)(a\qquad)$$ 3. Se factoriza el último término b^2 y cada factor se coloca b como segundo término en cada binomio. El signo en ambos binomios será el que tenga el segundo término de trinomio que es $+2ab$ $$a^2+2ab+b^2=(a+b)(a+b)$$ En este caso, el signo del término de en medio del trinomio es positivo y en cada factor se coloca signo positivo. Por lo que la factorización de $\boldsymbol{a}^{\mathbf{2}}+\mathbf{2}\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{b}^{\mathbf{2}}$ es $$a^2+2ab+b^2=(a+b)(a+b)=(a+b)^2$$ **Factorización de la diferencia de cuadrado** Una diferencia de cuadrados es el resultado de multiplicar dos binomios conjugados. $(x-5)(x+5)=x^2+5x-5x-25=x^2-25$ y si utilizamos la propiedad de la simetría de la igualdad, tenemos: $$x^2-25=(x-5)(x+5)$$ Por lo que podemos afirmar que el proceso para factorizar una

diferencia de cuadrados será muy similar al de factorización de trinomios.
Por ejemplo:

$$x^2 - 25 = (x \quad)(x \quad) = (x-5)(x+5)$$

Forma geométrica



Fuente: Elaboración propia.

$x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$

Factorización de trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Para factorizar trinomio de la $x^2 + bx + c$.

1. Se determina dos números que multiplicado sean c y cuya suma sea b

   Sea $m\ y\ n\ que\ pertenecen\ a\ los\ reale\ tal\ que\ el\ producto\ de$
   $$m * n = c\ y\ la\ suma\ de\ m + n = b$$

2. Los factores del trinomio serán de la forma $(x+m)(x+n)$, donde $m * n = c$ y $m + n = b$

Ejemplo

$$x^2 + 7x + 10$$

Buscamos dos números que multiplicado de 8 y sumado de 6

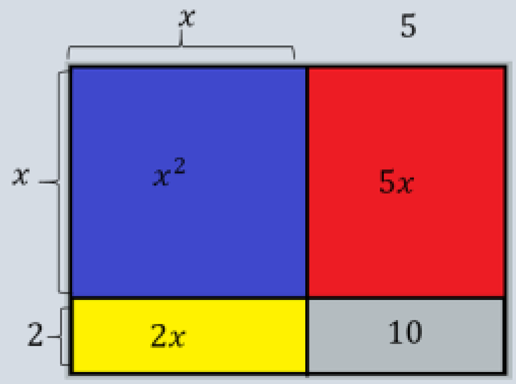
$$(x+ \quad)(x+ \quad)$$

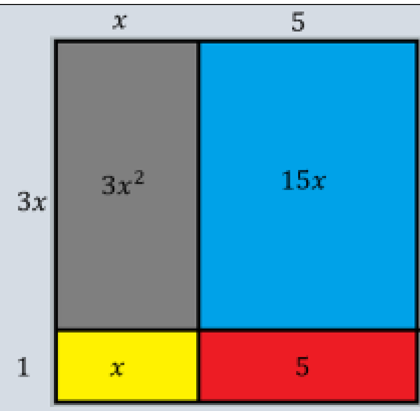
Observamos que los números que cumple esta condición es el 4 y el 2, dado que $5 * 2 = 10$ y $5 + 2 = 7$

Por lo tanto

$$x^2 + 7x + 10 = (x+5)(x+2)$$

Forma geométrica

	 **Fuente**: Elaboración propia. $x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2)$ **Factorización de trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$** Para factorizar trinomio de la $ax^2 + bx + c$: 1. Escribimos todos los factores del coeficiente de a del término cuadrático. 2. Escribimos todos los factores de la constante c. 3. Intentaremos diversas combinaciones de estos factores hasta encontrar el término correcto, bx. Ejemplo: Se factorizan las siguientes expresiones: $$3x^2 + 16x + 5$$ Procedemos de la siguiente manera: $3x^2 + 16x + 5 = (3x \quad)(x \quad)$ El producto de los dos primeros términos es $2x^2$ Ahora rellenaremos los huecos de los segundos términos con factores que multiplicados den 5 y son: $$3x^2 + 16x + 5 = (3x + 1)(x + 5)$$ El producto de los últimos términos es 5. **Observación:** Siempre va de primero el factor más grande en este caso sería el 3. **Forma geométrica**



Fuente: Elaboración propia.

$3x^2 + 16x + 5 = (3x + 1)(x + 5)$

Ejercicio:

a) $x^2 + 6x + 9$

b) $9b^2 + 12b + 4$

c) $100 - 196b^2$

d) $x^2y^2 - 49z^2$

e) $9x^2y^2 + 66xy + 121$

	f) $(a-b)^2+8(a-b)+16$ **Problema:** Un campesino del río tapaje quiere cercar una finca rectangular de $750m^2$ se han utilizado $110m$ de malla ciclónica. Calcular las dimensiones de la finca.

C. Anexo: Prueba de validación 1

- Un visitante del Charco Nariño tomo una foto geográfica del pueblo como se observa en la imagen 1, el visitante analiza el tamaño del estadio, dándole unas dimensiones de $(50-x)$ y $(x-4)$.

a) ¿Qué valores le dio el visitante a x para que el área del estadio le diera $448\ m^2$?

b) ¿Hallar las dimensiones del estadio?

Fuente: (Escobar, 2022)

D. Anexo: Secuencia didáctica 2

SECUENCIA DIDACTICA DE ENSEÑANZA – ECUACIONES CUADRATICAS	
COMPONENTE	**INDICADORES**
Objetivo	Resolver situaciones problema en contextos matemáticos haciendo uso de la fórmula de la ecuación cuadrática como método gráfico para la solución de ecuaciones cuadráticas.
Variable didáctica	Ecuaciones cuadráticas Relaciones entre soluciones y coeficiente de una cuadrática. Métodos gráficos
Gestión de clase	• Conceptos previos, intervención a la prueba diagnóstica

	planteada en la investigación. • Adquisición del concepto de las fórmulas de la cuadrática.
Procedimiento metodológico	• **Pensamiento numérico y sistemas numéricos** Resuelvo problemas y simplificó cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos. • **Pensamiento espacial y sistemas geométricos** Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas. • **Pensamiento métrico y sistemas de medidas** Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos. • **Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos** Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones cuadráticas. **¿Qué es una ecuación cuadrática?** Las ecuaciones cuadráticas o ecuaciones de segundo grado son aquellas en donde el exponente del término desconocido está elevado al cuadrado, es decir, la incógnita está elevada al exponente 2. Tienen la forma general de un trinomio: $$ax^2 + bx + c = 0$$ donde a, b y c son números reales y se conocen como coeficientes. Así, a es el coeficiente de x^2, b es el término o coeficiente de x y c es el término independiente. Donde $a \neq 0$, dado que si $a = 0$ ya no sería una ecuación cuadrática que dando de la forma $bx + c = 0$ transformándose en una ecuación de primer grado. **Raíces de una ecuación cuadrática** Toda ecuación de segundo grado tiene dos raíces que son los valores que debe tomar la incógnita, o sea x, para que la igualdad $ax^2 + bx +$

	$c = 0$ sea verdadera. Resolver una ecuación de segundo grado es buscar las raíces de la ecuación. Las raíces de la ecuación cuadrática se calculan por la fórmula general: $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$ **Tipos de ecuaciones cuadráticas** Las ecuaciones cuadráticas pueden ser completas o incompletas, dependiendo de si existe los términos dependientes de x que es b o independiente c. $ax^2 + c = 0$ o $ax^2 + bx = 0$ Ejemplo 1. $x^2 - 5x + 3 = 0$ 2. $5x^2 + 4x - 9 = 0$ 3. $4x^2 + 7x = 0$ 4. $8x^2 + 2 = 0$ **Método gráfico de una ecuación cuadrática** La forma estándar de una ecuación cuadrática es $y = ax^2 + bx + c$. Esta forma nos permite encontrar fácilmente el vértice de la parábola y el eje de simetría usando la fórmula para la coordenada x.

En el método gráfico podemos observar que cuando $y = 0$ estamos hallando la raíces de x, por lo tanto, podemos decir que la intersección en x ocurre cuando el valor de la coordenada $y = 0$.

Ejemplo:

$$y = x^2 - x - 2$$

Si $y = 0$

$$0 = x^2 - x - 2$$

Factorizamos

$$0 = (x - 2)(x + 1)$$

Usando la propiedad cero de la multiplicación, tenemos que

$$x - 2 = 0 \text{ o } x + 1 = 0$$

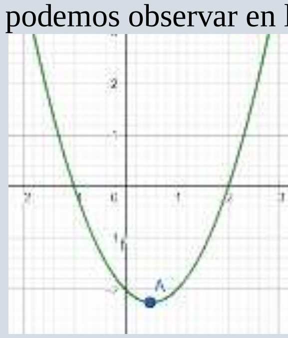
Resolver ambas posibilidades

$$x - 2 = 0$$
$$x = 2$$

$$x + 1 = 0$$
$$x = -1$$

Solución $(2, 0)$ y $(-1, 0)$ Esta parábola tiene dos raíces

La gráfica de una función cuadrática es una curva con forma de U llamada parábola, como podemos observar en la imagen



Donde el punto A es el vértice de la parábola y se haya con la fórmula $x = \frac{-b}{2a}$, podemos observar que es la misma fórmula de la cuadrática, pero sin el discriminante que es $\pm\sqrt{b^2 - 4ac}$

Siguiendo el ejemplo anterior $y = x^2 - x - 2$

Tenemos que

$a = 1, b = -1$ y $c = -2$

Reemplazando en la fórmula del vértice

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{-(-1)}{2(1)} = \frac{1}{2} = 0.5$$

Tenemos que $x = 0,5$
Ahora reemplazamos x en $y = x^2 - x - 2$

Entonces:

$$y = (0.5)^2 - (0.5) - 2$$

$$y = 0.25 - 0.5 - 2$$

$$y = -2.25$$

Donde el vértice tiene coordenadas $(0.5, -2.25)$

Problema:

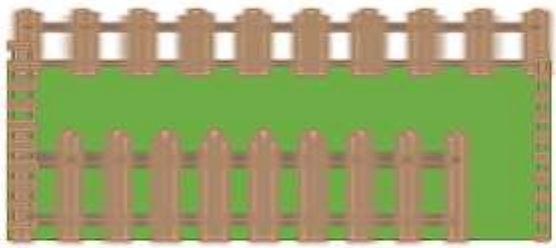
Dada la función $f(x) = -x^2 + 10x$ mediante la cual se expresa el número de accidentes de los transportes marítimos del Charco Nariño en el último año, responda las siguientes preguntas.

Fuente: fotografía propia

a) ¿En qué mes se presentó el número máximo de accidentes?
b) ¿Cuál fue la máxima cantidad de accidentes de los transportes marítimos reportados en los últimos años?
c) ¿En qué meses no se presentaron accidentes?

E. Anexo: Prueba de validación 2

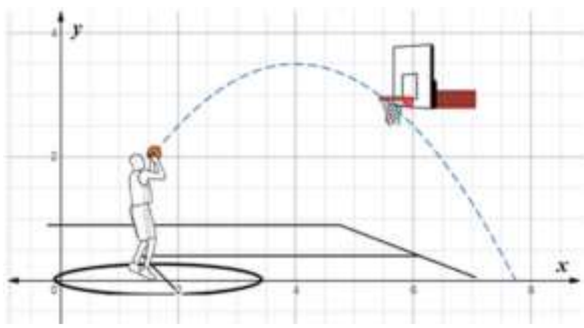
1. Un campesino del río tapaje tiene un terreno rectangular de área $600m^2$, pero el campesino desea hallar las dimensiones para cercar el terreno como se observa en la imagen planteado las siguientes dimensiones $(40 - x)$ y $(2x)$.



Fuente: Elaboración propia

¿Cuáles son las dimensiones que calculó el campesino para cercar el terreno?

2. En la cancha de baloncestos de la Institución Educativa Nuestra Señora del Carmen se encuentran jugando algunos estudiantes de grado noveno y undécimos y uno de ellos hace un lanzamiento como se observa en la imagen, siguiendo una trayectoria modelada por la ecuación: $y = -0.25x^2 + 2x - 0.5$



Fuente: Mejía Delgado (2020)

¿Determine la altura máxima que alcanza el balón?

F. Anexo: de evidencia fotográfica

UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO

Tel: (57) 6 735 9300 Ext
Carrera 15 Calle 12 Norte
Armenia, Quindío – Colombia
correoelectronico@uniquindio.edu.co